

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI “G. D’ANNUNZIO” DI CHIETI-PESCARA  
FACOLTÀ DI ARCHITETTURA

✦  
CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA, CORSI DI LAUREA TRIENNALI  
INSEGNAMENTO DI **SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**  
a.a. 2006-2007

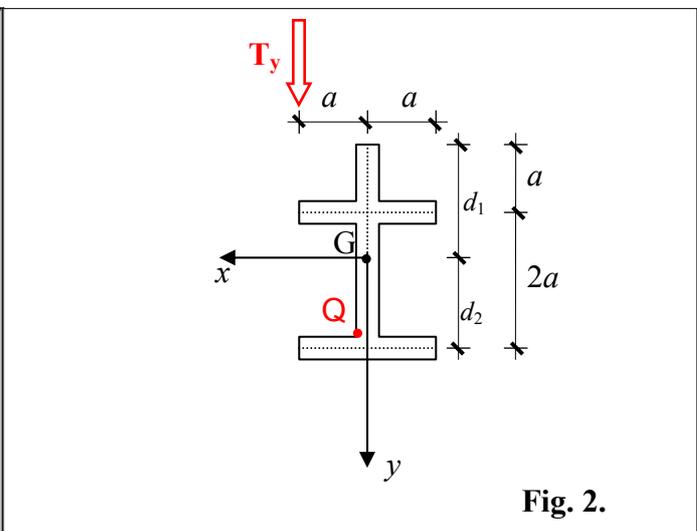
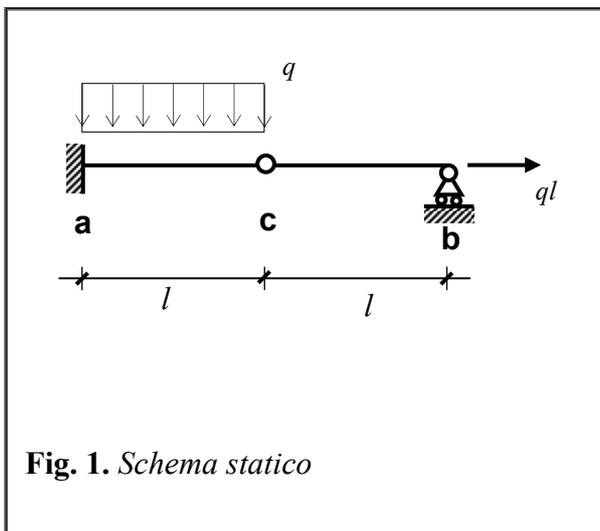
Docenti: □ V. SEPE, □ M. VASTA, □ P. CASINI

**Seconda prova d'esonero del 13.12.2006**  
**Tema B**

*I quesiti 4, 5, 6 sono facoltativi.*

La struttura in Fig. 1 è realizzata con travi di acciaio di piccolo spessore la cui sezione è riportata in Fig. 2. Lo spessore della sezione è costante e pari a  $s$ ; la forza di taglio  $T_y$  è diretta come in Fig. 2 e la forza normale passa per il baricentro.

1. Si disegni lo schema di struttura libera e i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione.
2. Si studi lo stato di tensione nella sezione ritenuta più sollecitata, determinando leggi analitiche e diagrammi delle tensioni normali e tangenziali.
3. In corrispondenza del punto Q di tale sezione effettuare la verifica di resistenza con il *criterio di von Mises*.
4. Si supponga ora che il tratto verticale della sezione in Fig. 2 abbia spessore  $t=s/2$  anziché  $s$ : studiare lo stato tensionale nella sezione più sollecitata in questo nuovo caso e descrivere le differenze qualitative e quantitative rispetto al caso analizzato al punto 2.
5. Si determini la posizione del centro d'area (baricentro) della sezione, gli assi principali d'inerzia ed il momento principale d'inerzia  $I_x$  verificando che i risultati ottenuti siano in accordo con quelli forniti nel testo.
6. Calcolare il rapporto fra lo spostamento verticale nel punto c (cerniera interna) e la luce  $l$  delle travi. (Si può far uso del Teorema dei Lavori Virtuali).



**DATI.** *Schema statico:*  $l=200$  cm,  $q=4$  kN/m=0.04 kN/cm.

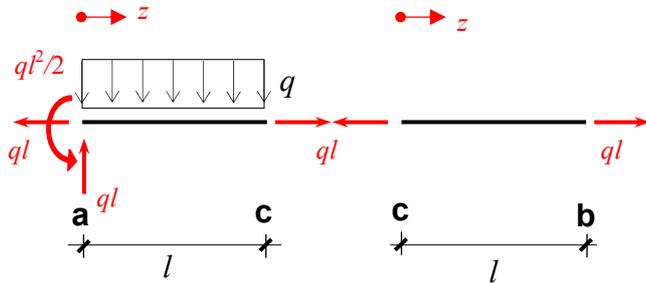
*Sezione:*  $a=10$  cm,  $s=0.8$  cm,  $A=56$  cm<sup>2</sup>,  $I_x=5343$  cm<sup>4</sup>. Posizione di G:  $d_1=\frac{25}{14}a=17.86$  cm,  $d_2=\frac{17}{14}a=12.14$  cm,

*Materiale:*  $E=21000$  kN/cm<sup>2</sup>,  $\sigma_{amm}=18$  kN/cm<sup>2</sup>=180 N/mm<sup>2</sup>.

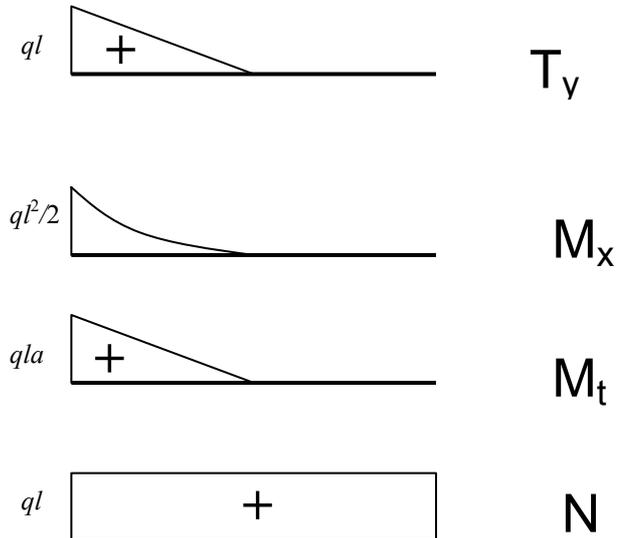
COGNOME..... NOME..... MAT. ....	
--	--

# Soluzione Tema B

## 1) Reazioni vincolari e caratteristiche della sollecitazione



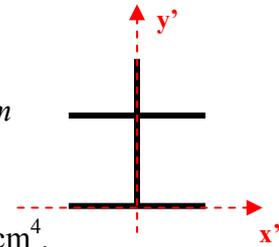
<b>tratto ac</b>	$N = ql$
	$T_y(z) = ql - qz$
	$M_x(z) = -\frac{ql^2}{2} + qlz - \frac{qz^2}{2}$
	$M_t(z) = T_y \cdot a$ (antiorario se $T_y > 0$ )



## 2) Stato tensionale nella sezione più sollecitata (incastro)

### 2a. Caratteristiche geometriche della sezione

$$x'_G = 0, \quad y'_G = d_2 = \frac{S_{x'}}{A} = \frac{0 + 3as \cdot \frac{3}{2}a + 2as \cdot 2a}{7as} = \frac{\frac{17}{2}sa^2}{7as} = \frac{17}{14}a = 10.12 \text{ cm}$$



$$I_x = 2as \cdot d_2^2 + \frac{1}{12}s(3a)^3 + 3as \cdot \left(\frac{3}{2}a - d_2\right)^2 + 2as \cdot (2a - d_2)^2 = \frac{187}{28}sa^3 = 5343 \text{ cm}^4,$$

$$I_t = \frac{1}{3}(2a) \cdot s^3 + \frac{1}{3}(3a)s^3 + \frac{1}{3}(2a)s^3 = \frac{7}{3}as^3 = 11.95 \text{ cm}^4$$

### 2b. Sollecitazioni agenti nella sezione di incastro

$$N = ql = 8 \text{ kN}, \quad T_y = ql = 8 \text{ kN}, \quad M_x = -\frac{ql^2}{2} = -0.04 \cdot \frac{200^2}{2} = -800 \text{ kN cm},$$

$$M_t = ql \cdot a = 8 \cdot 10 = 80 \text{ kN cm (antiorario)}$$

### 2c. Tensioni normali $\sigma_z$ (vedi figura alla pag. seguente)

$$\sigma_z = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y = \frac{8}{56} - \frac{800}{5343} y = 0.14 - 0.15y \text{ [kN/cm}^2\text{]}$$

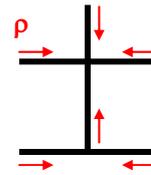
asse neutro :  $\sigma_z = 0 \Rightarrow y = +0.95 \text{ cm}$

$$\sigma(A) = \sigma_z(y = -d_1) = 2.81 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma(B) = \sigma_z(y = d_2) = -1.67 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma(Q) \cong \sigma(B) = -1.67 \text{ kN/cm}^2$$

**2d. Tensioni tangenziali dovute al taglio**  
(vedi figura in fondo pagina)



$$\bar{\tau}(\rho) = \frac{T_y S_x^*(\rho)}{I_x S} \bar{\mathbf{m}} = \frac{8 S_x^*(\rho)}{5343 \cdot 1} \bar{\mathbf{m}} = 0.0015 \cdot S_x^*(\rho) \bar{\mathbf{m}} \text{ [kN/cm}^2\text{]}$$

$$\tau_1 = \frac{T_y}{I_x} a d_2 = 0.182 \text{ kN/cm}^2, \quad \tau_2 = 2\tau_1 = 0.364 \text{ kN/cm}^2, \quad \tau_3 = \tau_2 + \frac{T_y}{I_x} 2a s \left( d_2 - \frac{2a}{2} \right) = 0.428 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_4 = \frac{T_y}{I_x} a s (2a - d_2) = 0.118 \text{ kN/cm}^2, \quad \tau_{\max} = 0.474 \text{ kN/cm}^2, \quad \tau_5 = \frac{T_y}{I_x} a s \left( d_1 - \frac{a}{2} \right) = 0.192 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{\text{taglio}}(Q) \cong \tau_2 = 0.364 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{\text{taglio}}(A) = \tau_{\text{taglio}}(B) = 0$$

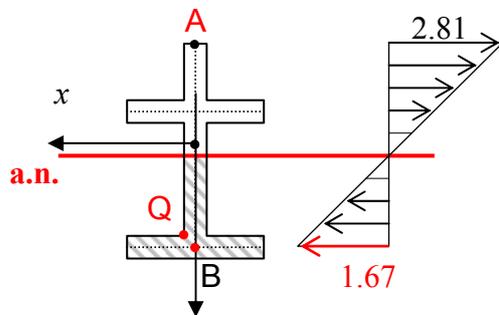
**2e. Tensioni tangenziali dovute alla torsione ( $M_t$  antiorario)**

$$\tau_i^{\max} = \frac{M_{ti}}{I_{ti}} S_i = \frac{M_t}{I_t} S_i = \frac{80}{11.95} \cdot 0.8 = 5.36 \text{ kN/cm}^2 \text{ (nullo sulla linea media)}$$

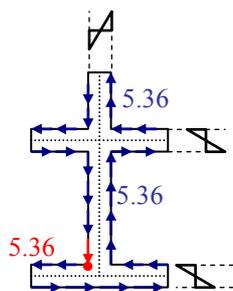
$$\tau_{\text{tors}}(Q) = 5.36 \text{ kN/cm}^2 \text{ (diretta verso il basso)}$$

$$\tau_{\text{tors}}(A) = \tau_{\text{tors}}(B) = 0$$

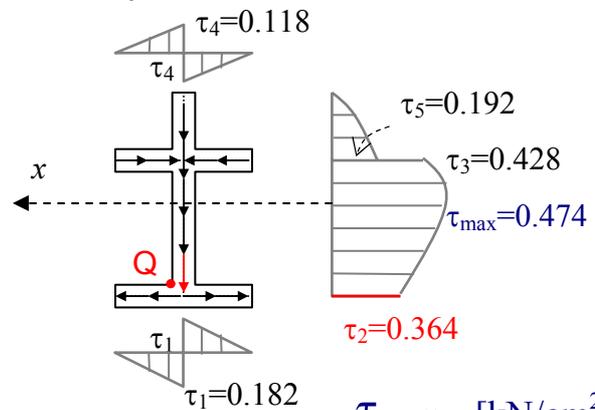
**2f. Diagrammi dello stato tensionale (valori in kN/cm<sup>2</sup>)**



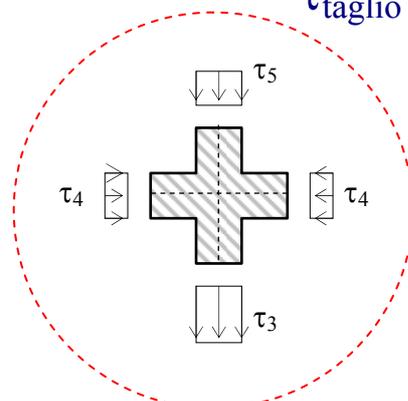
$\sigma_z$  [kN/cm<sup>2</sup>]



$\tau_{\text{torsione}}$  [kN/cm<sup>2</sup>]



$\tau_{\text{taglio}}$  [kN/cm<sup>2</sup>]



verifica flussi nel nodo superiore

$$\tau_3 S = \tau_4 S + \tau_4 S + \tau_5 S \quad \checkmark$$

### 3) Stato tensionale nel punto Q

in Q si ha:

$$\sigma(Q) \cong \sigma(B) = -1.67 \text{ kN/cm}^2, \quad \tau_{TOT} = 0.364 + 5.36 = 5.72 \text{ kN/cm}^2 \text{ (verso il basso)}$$

$$\text{von Mises } \sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} = \sqrt{(-1.67)^2 + 3 \cdot 5.72^2} = 10.0 \text{ kN/cm}^2 < \bar{\sigma} \quad \text{Verifica soddisfatta}$$

### 6) Abbassamento in c

$$\text{Applicando il TLV si ha } v_c = \frac{ql^4}{8EI_x} = \frac{0.04 \cdot 200^4}{8 \cdot 21000 \cdot 5343} = 0.07 \text{ cm} \text{ e quindi } v_c = 0.00035l$$