

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI “G. D’ANNUNZIO” DI CHIETI-PESCARA
FACOLTÀ DI ARCHITETTURA

❖
CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA, CORSI DI LAUREA TRIENNALI
INSEGNAMENTO DI **SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**
a.a. 2006-2007

Docenti: □ V. SEPE, □ M. VASTA, □ P. CASINI

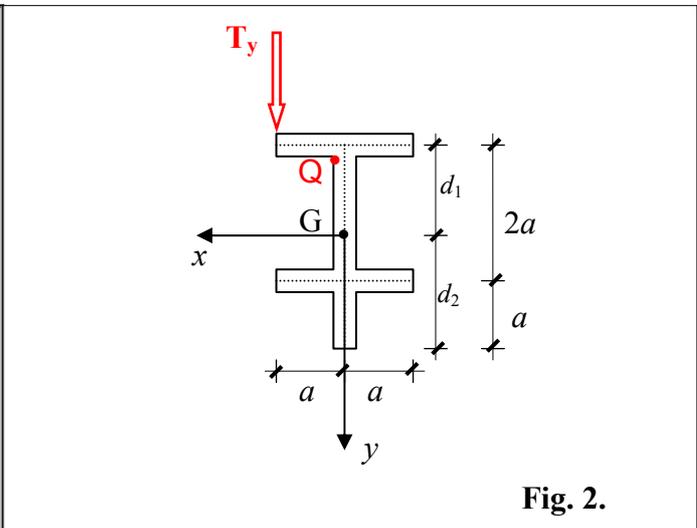
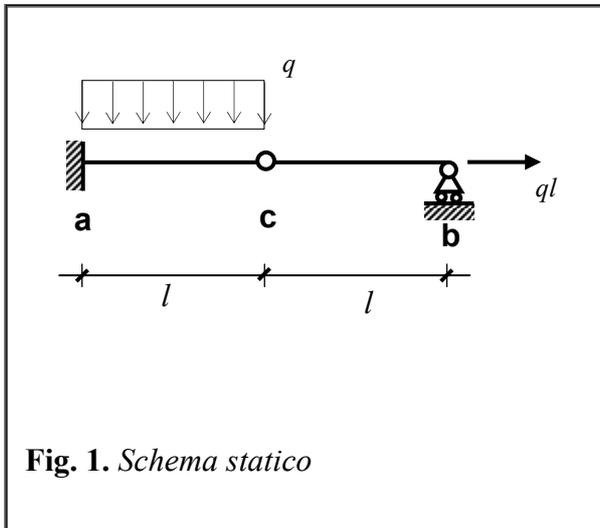
Seconda prova d'esonero del 13.12.2006

Tema A

I quesiti 4, 5, 6 sono facoltativi.

La struttura in Fig. 1 è realizzata con travi di acciaio di piccolo spessore la cui sezione è riportata in Fig. 2. Lo spessore della sezione è costante e pari a s ; la forza di taglio T_y è diretta come in Fig. 2 e la forza normale passa per il baricentro.

1. Si disegni lo schema di struttura libera e i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione.
2. Si studi lo stato di tensione nella sezione ritenuta più sollecitata, determinando leggi analitiche e diagrammi delle tensioni normali e tangenziali.
3. In corrispondenza del punto Q di tale sezione effettuare la verifica di resistenza con il *criterio di von Mises*.
4. Si supponga ora che il tratto verticale della sezione in Fig. 2 abbia spessore $t=s/2$ anziché s : studiare lo stato tensionale nella sezione più sollecitata in questo nuovo caso e descrivere le differenze qualitative e quantitative rispetto al caso analizzato al punto 2.
5. Si determini la posizione del centro d'area (baricentro) della sezione, gli assi principali d'inerzia ed il momento principale d'inerzia I_x verificando che i risultati ottenuti siano in accordo con quelli forniti nel testo.
6. Calcolare il rapporto fra lo spostamento verticale nel punto c (cerniera interna) e la luce l delle travi. (Si può far uso del Teorema dei Lavori Virtuali).



DATI. *Schema statico:* $l=200$ cm, $q=10$ kN/m=0.10 kN/cm.

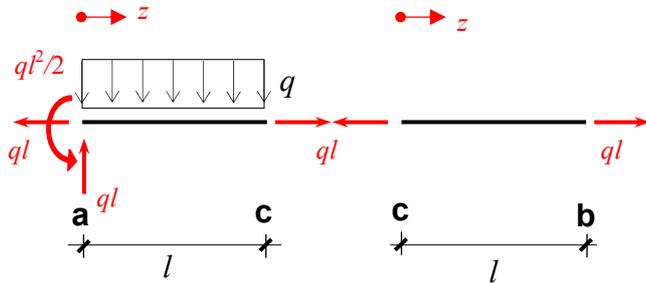
Sezione: $a=10$ cm, $s=1$ cm, $A=70$ cm², $I_x=6679$ cm⁴. *Posizione di G:* $d_1=\frac{17}{14}a=12.14$ cm, $d_2=\frac{25}{14}a=17.86$ cm

Materiale: $E=21000$ kN/cm², $\sigma_{amm}=18$ kN/cm²=180 N/mm².

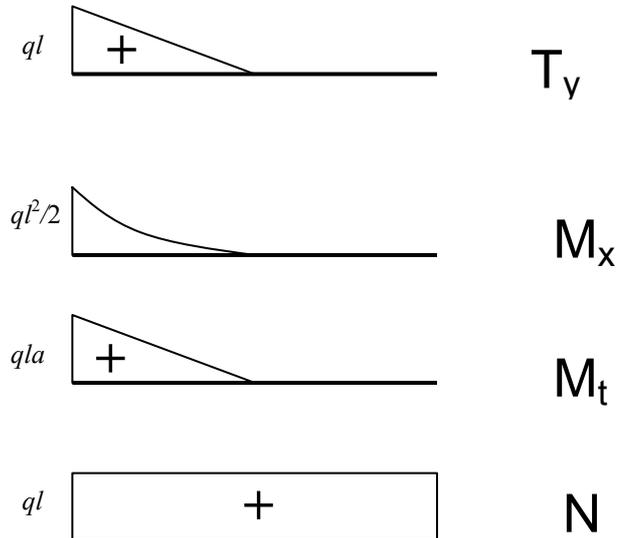
COGNOME..... NOME..... MAT.	
----------------------------------------	--

Soluzione Tema A

1) Reazioni vincolari e caratteristiche della sollecitazione



tratto ac	$N = ql$
	$T_y(z) = ql - qz$
	$M_x(z) = -\frac{ql^2}{2} + qlz - \frac{qz^2}{2}$
	$M_t(z) = T_y \cdot a$ (antiorario se $T_y > 0$)



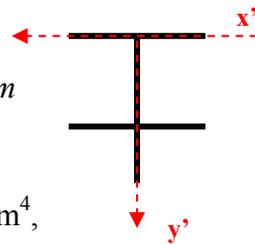
2) Stato tensionale nella sezione più sollecitata (incastro)

2a. Caratteristiche geometriche della sezione

$$x'_G = 0, \quad y'_G = d_1 = \frac{S_{x'}}{A} = \frac{0 + 3as \cdot \frac{3}{2}a + 2as \cdot 2a}{7as} = \frac{\frac{17}{2}sa^2}{7as} = \frac{17}{14}a = 10.12 \text{ cm}$$

$$I_x = 2as \cdot d_1^2 + \frac{1}{12}s(3a)^3 + 3as \cdot \left(\frac{3}{2}a - d_1\right)^2 + 2as \cdot (2a - d_1)^2 = \frac{187}{28}sa^3 = 6679 \text{ cm}^4,$$

$$I_t = \frac{1}{3}(2a) \cdot s^3 + \frac{1}{3}(3a)s^3 + \frac{1}{3}(2a)s^3 = \frac{7}{3}as^3 = 23.3 \text{ cm}^4$$



2b. Sollecitazioni agenti nella sezione di incastro

$$N = ql = 20 \text{ kN}, \quad T_y = ql = 20 \text{ kN}, \quad M_x = -\frac{ql^2}{2} = -0.1 \cdot \frac{200^2}{2} = -2000 \text{ kN cm},$$

$$M_t = ql \cdot a = 20 \cdot 10 = 200 \text{ kN cm (antiorario)}$$

2c. Tensioni normali σ_z (vedi figura alla pag. seguente)

$$\sigma_z = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y = \frac{20}{70} - \frac{2000}{6679} y = 0.28 - 0.29y \text{ [kN/cm}^2\text{]}$$

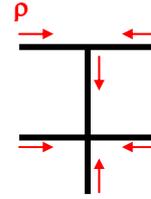
asse neutro : $\sigma_z = 0 \Rightarrow y = +0.95 \text{ cm}$

$$\sigma(A) = \sigma_z(y = -d_1) = 3.92 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma(B) = \sigma_z(y = d_2) = -5.1 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma(Q) = \sigma_z\left(-\left(d_1 - \frac{s}{2}\right)\right) \cong \sigma_z(d_1) = \sigma(A) = 3.92 \text{ kN/cm}^2$$

2d. Tensioni tangenziali dovute al taglio
(vedi figura in fondo pagina)



$$\bar{\tau}(\rho) = \frac{T_y S_x^*(\rho)}{I_x S} \bar{\mathbf{m}} = \frac{20 S_x^*(\rho)}{6679 \cdot 1} \bar{\mathbf{m}} = 0.00299 \cdot S_x^*(\rho) \bar{\mathbf{m}} \text{ [kN/cm}^2\text{]}$$

$$\tau_1 = \frac{T_y}{I_x} a d_1 = 0.363 \text{ kN/cm}^2, \quad \tau_2 = 2\tau_1 = 0.726 \text{ kN/cm}^2, \quad \tau_3 = \tau_2 + \frac{T_y}{I_x} 2a \left(d_1 - \frac{2a}{2} \right) = 0.855 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_4 = \frac{T_y}{I_x} a (2a - d_1) = 0.235 \text{ kN/cm}^2, \quad \tau_{\max} = 0.95 \text{ kN/cm}^2, \quad \tau_5 = \frac{T_y}{I_x} a \left(d_2 - \frac{a}{2} \right) = 0.385 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{\text{taglio}}(Q) \cong \tau_2 = 0.726 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{\text{taglio}}(A) = \tau_{\text{taglio}}(B) = 0$$

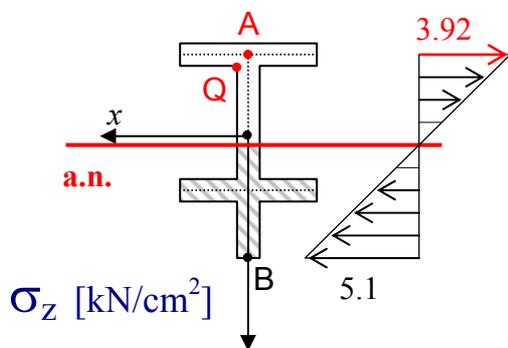
2e. Tensioni tangenziali dovute alla torsione (M_t antiorario)

$$\tau_i^{\max} = \frac{M_{ti}}{I_{ti}} S_i = \frac{M_t}{I_t} S = \frac{200}{23.3} 1 = 8.57 \text{ kN/cm}^2 \text{ (nullo sulla linea media)}$$

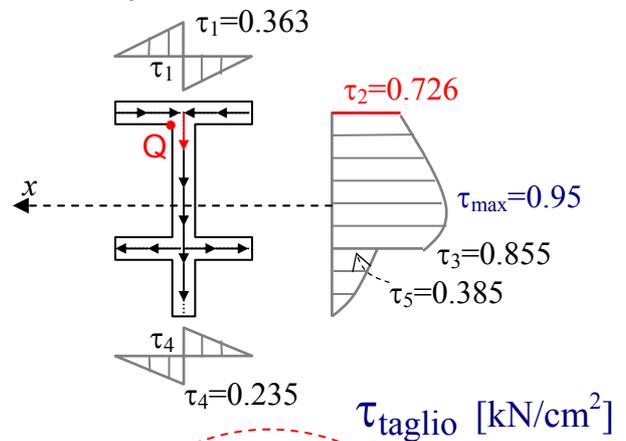
$$\tau_{\text{tors}}(Q) = 8.57 \text{ kN/cm}^2 \text{ (diretta verso il basso)}$$

$$\tau_{\text{tors}}(A) = \tau_{\text{tors}}(B) = 0$$

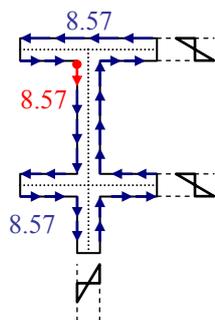
2f. Diagrammi dello stato tensionale (valori in kN/cm²)



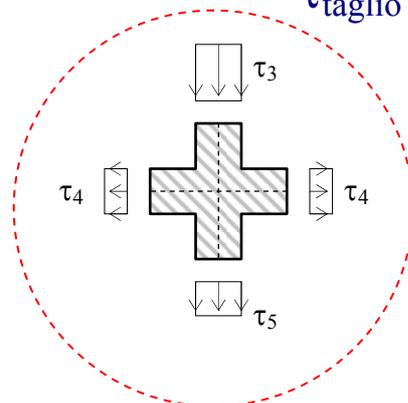
σ_z [kN/cm²]



τ_{taglio} [kN/cm²]



τ_{torsione} [kN/cm²]



verifica flussi nel nodo inferiore

$$\tau_3 S = \tau_4 S + \tau_5 S \quad \checkmark$$

3) Stato tensionale nel punto Q

in Q si ha:

$$\sigma(Q) \cong \sigma(A) = 3.92 \text{ kN/cm}^2, \tau_{TOT} = 0.726 + 8.57 = 9.29 \text{ kN/cm}^2 \text{ (verso il basso)}$$

$$\text{von Mises } \sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} = \sqrt{(3.92)^2 + 3 \cdot 9.29^2} = 16.6 \text{ kN/cm}^2 < \bar{\sigma} \text{ Verifica soddisfatta}$$

6) Abbassamento in c

$$\text{Applicando il TLV si ha } v_c = \frac{ql^4}{8EI_x} = \frac{0.1 \cdot 200^4}{8 \cdot 21000 \cdot 6679} = 0.142 \text{ cm e quindi } v_c = 0.000713l$$