Trasformazione POLITROPICA

Trasformazione di carattere **generale** descritta dalla relazione:

$$p \cdot v^n = costante \qquad\qquad p \cdot V^n = costante$$

Al variare di n la trasformazione diventa una di quelle notevoli già considerate:

- **n = 0** $\Rightarrow p = costante \rightarrow$ **ISOBARA**
- **n → ∞** $\Rightarrow p^{\frac{1}{n}} \cdot v = costante \Rightarrow p^{\frac{1}{\infty}} \cdot v = costante \Rightarrow v = costante \rightarrow$ **ISOCORA**
- **n = 1** $\Rightarrow p \cdot v = costante \rightarrow$ **ISOTERMA di un GAS IDEALE**
- **n = K** $\Rightarrow p \cdot v^K = costante \rightarrow$ **ADIABATICA di un GAS IDEALE**

Lavoro in una trasformazione **POLITROPICA**

$$l_{12} = \frac{p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1}{1 - n} \qquad\qquad L_{12} = \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{1 - n}$$

$$l_{12} = \frac{p_1 \cdot v_1}{1 - n} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \qquad\qquad L_{12} = \frac{p_1 \cdot V_1}{1 - n} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

Trasformazione ISOBARA: particolare Politropica con n=0

$p \cdot v^n = costante$ n = 0 $\Rightarrow p = costante$

Lavoro in una trasformazione **politropica con** n = 0 e $p_1 = p_2 = p$

$$l_{12} = \frac{p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1}{1-n} \Rightarrow l_{12} = p \cdot (v_2 - v_1)$$

Trasformazione ISOCORA: particolare Politropica con n → ∞

n → ∞ $\Rightarrow p^{\frac{1}{n}} \cdot v = costante \Rightarrow p^{\frac{1}{\infty}} \cdot v = costante \Rightarrow v = costante$

Lavoro in una trasformazione **politropica con n → ∞**

$$l_{12} = \lim_{n \to \infty} \frac{p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1}{1-n} = 0$$

Trasformazione ADIABATICA di un Gas Ideale: particolare Politropica con n=K

$$\mathrm{n} = \mathrm{K} \Rightarrow p \cdot v^K = costante$$

Lavoro in una trasformazione **politropica con** n = K

$$l_{12} = \frac{p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1}{1-K} \qquad l_{12} = \frac{p_1 \cdot v_1}{1-K} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{K-1}{K}} - 1\right]$$

Trasformazione ISOTERMA di un Gas Ideale: particolare Politropica con n=1

$$p \cdot v = costante$$

Lavoro in una trasformazione **politropica con** n = 1

$$l_{12} = \lim_{n\to 1} \frac{p_1 \cdot v_1}{1-n} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right] = \frac{0}{0} \text{ (forma indeterminata)}$$

Si moltiplica e si divide l'espressione per n e si ottiene:

$$l_{12} = \lim_{n\to 1} \frac{p_1 \cdot v_1}{1-n} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right] \cdot \frac{n}{n} = \lim_{n\to 1} \frac{p_1 \cdot v_1}{{(1-n)}/{n}} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right] \cdot \frac{1}{n}$$

Ponendo $\frac{p_2}{p_1} = a$ ed $\frac{n-1}{n} = x$, si ottiene:

$$l_{12} = \lim_{x\to 0} \frac{p_1 \cdot v_1}{(-x)} \cdot [(a)^x - 1] \cdot (1 - x)$$

essendo: $\frac{n-1}{n} = x \Longrightarrow n - 1 = x \cdot n \Longrightarrow n \cdot (1 - x) = 1 \Longrightarrow \text{n} = \frac{1}{1-x}$

Poiché si ha: $\lim_{x\to 0} \frac{a^x - 1}{X} = \ln(a)$,

si ottiene: $l_{12} = -p_1 \cdot v_1 \cdot ln\frac{p_2}{p_1} = p_1 \cdot v_1 \cdot ln\frac{p_1}{p_2} = R \cdot T_1 \cdot ln\frac{p_1}{p_2}$