

# **Dispense di FISICA TECNICA**

**Termodinamica**

**Trasmissione del Calore**

**SSD: ING-IND/11**

a cura di:

Prof. Paolo ZAZZINI

Materiale consigliato per i corsi di:

FISICA TECNICA - laurea triennale in "INGEGNERIA DELLE COSTRUZIONI"

FISICA TECNICA - laurea magistrale in "ARCHITETTURA"

**A. A. 20023/24**

*Parte I*

# ***TERMODINAMICA APPLICATA***

## **GRANDEZZE FISICHE E SISTEMI DI UNITA' DI MISURA**

Un sistema fisico può essere definito come una porzione di spazio delimitata da una superficie di confine attraverso la quale interagisce con l'ambiente circostante e le cui caratteristiche possono essere espresse mediante delle grandezze.

Lo spazio così definito è occupato da materia, la quale è costituita da un gran numero di particelle elementari, dette molecole. Se usassimo un approccio microscopico per definire le proprietà del sistema fisico dovremmo essere in grado di descrivere il comportamento delle singole molecole almeno in termini della loro posizione nello spazio e delle loro caratteristiche di moto. Questo significherebbe dover considerare tre coordinate spaziali ( $x, y$  e  $z$ ) e tre componenti della quantità di moto ( $q_x, q_y$  e  $q_z$ ) per ciascuna particella.

Se teniamo conto, a titolo di esempio, che un volumetto di  $1 \text{ mm}^3$  di ossigeno in condizioni standard ( $p=1 \text{ atm}$ ,  $t=20 \text{ °C}$ ) contiene circa  $3 \times 10^{16}$  molecole, il numero di relazioni che dovremmo avere a disposizione in questo caso per risolvere il problema sarebbe pari a  $6 \times 3 \times 10^{16}$ , cioè elevatissimo ed impossibile da prendere in considerazione. Da qui nasce l'esigenza di utilizzare metodi statistici per definire le proprietà della materia e del suo comportamento.

La Termodinamica classica si affida invece ad un approccio macroscopico ricorrendo al concetto di continuo per descrivere la materia tralasciando le differenze e le particolarità delle singole particelle e descrivendo il comportamento dei sistemi fisici mediante grandezze macroscopiche rilevabili dai sensi umani, legate alle proprietà microscopiche ma più facilmente calcolabili o misurabili, quali la pressione, la temperatura e così via. In questo modo è possibile scrivere equazioni semplificate ma sufficientemente precise per descrivere il comportamento dei sistemi fisici.

L'ipotesi di continuo adottata dalla termodinamica classica consente inoltre di trattare le proprietà della materia come funzioni puntuali che variano nello spazio senza salti di discontinuità, con un grado di accuratezza tanto più elevato quanto maggiori sono le dimensioni del sistema rispetto al "cammino libero medio delle molecole", definito come la distanza che una molecola percorre mediamente prima di urtare con un'altra molecola.

Ad esempio, nel caso dell'ossigeno in condizioni standard ( $20 \text{ °C}$  e  $1 \text{ atm}$ ) il cammino medio libero è di  $6.3 \times 10^{-8} \text{ m}$ , ovvero 5 ordini di grandezza inferiore rispetto al lato del nostro volumetto, quindi l'ipotesi è pienamente verificata perché avremo nel sistema un numero elevatissimo di molecole. Se però considerassimo l'ossigeno a  $100 \text{ km}$  di altitudine ( $t < -74 \text{ °C}$  e  $p < 1 \times 10^{-3} \text{ atm}$ ) il cammino libero medio diventerebbe pari a circa  $0.1 \text{ m}$ , ovvero superiore al lato del nostro volumetto, rendendo così inapplicabile l'ipotesi considerata. In tal caso per studiare il comportamento del sistema, si dovrebbe applicare la teoria dei gas rarefatti, caratterizzati dalla possibilità di "distinguere" le molecole.

Nelle ipotesi fatte, adottate dalla termodinamica classica, si definisce "grandezza fisica" una entità che descrive delle proprietà di un sistema fisico o del suo comportamento. Se, ad esempio, consideriamo lo spazio occupato da un corpo o da un sistema esso viene definito dal suo VOLUME, mentre se vogliamo determinare le interazioni che hanno luogo tra due corpi o tra due sistemi sarà necessario introdurre la grandezza FORZA e così via.

In molti casi è possibile associare a grandezze omogenee, che esprimono cioè la medesima proprietà, una caratteristica astratta che le accomuna, permettendo di ricondurle ad un'unica proprietà fondamentale, detta DIMENSIONE.

Le grandezze di questo tipo sono dette dimensionali e la loro entità è definita da un valore numerico accompagnato da una unità di misura che ne esprime la misura. Ad esempio, la lunghezza di un tavolo è una grandezza dimensionale, riconducibile ad una proprietà fondamentale (la dimensione lineare) cui si possono riferire tutte le altre grandezze ad essa omogenee (per esempio lo spazio percorso da un corpo lungo una traiettoria oppure una delle tre dimensioni di un volume). Tale grandezza è misurabile con l'unità di misura

denominata metro (m). La dimensione di una grandezza si esprime con una lettera compresa tra parentesi quadre: ad esempio, la dimensione "lunghezza" si esprime con il simbolo [L].

Esistono grandezze ADIMENSIONALI, che cioè non hanno dimensione ed il cui valore è esprimibile con un numero puro: ad esempio, il coefficiente di riflessione di una superficie  $\rho$  che, essendo dato dal rapporto tra due grandezze omogenee, energia riflessa ed energia incidente, non ha dimensioni e può assumere valori numerici compresi tra 0 ed 1.

Le unità di misura utilizzate per le grandezze dimensionali sono raggruppate in Sistemi. Esistono vari sistemi di unità di misura, ma dal 1971 è stato ufficialmente adottato in Europa un sistema, detto SISTEMA INTERNAZIONALE (S.I.), che viene universalmente accettato ed usato al fine di uniformare le unità utilizzate per le varie grandezze nei diversi paesi e rendere più semplici i rapporti che intercorrono tra le varie comunità scientifiche. Anche i paesi anglosassoni lo hanno adottato, anche se al loro interno persistono unità non appartenenti all'S. I. quali la libbra (lb) il pound (pd), il pollice (in) e così via... Del resto anche in Italia alcune unità di misura non facenti parte del Sistema Internazionale, ad esempio il kgf, la kcal etc., fanno fatica a lasciare il passo a quelle ufficiali corrispondenti, cioè il Newton, il Joule e così via.

I sistemi di unità di misura prevedono alcune unità fondamentali ed altre derivate. Nell'S. I. le grandezze fondamentali usate in termodinamica sono indicate nella tabella 1:

*Tabella 1: Grandezze fondamentali del SISTEMA INTERNAZIONALE per la TERMODINAMICA*

<b>Grandezza</b>	<b>Simbolo</b>	<b>Dimensione</b>	<b>Unità di misura</b>
Lunghezza	L	[L]	metro (m)
Massa	M	[M]	kilogrammo (kg)
Tempo	t	[t]	secondo (s)
Temperatura	T	[T]	Kelvin (K)

Dalle grandezze fondamentali si ricavano quelle derivate; in particolare, alcune tra le più utilizzate sono indicate nella tabella 2:

*Tabella 2: Grandezze derivate del SISTEMA INTERNAZIONALE*

<b>Grandezza</b>	<b>Simbolo</b>	<b>Dimensione</b>	<b>Unità di misura</b>
Superficie	S	[L] <sup>2</sup>	metro quadrato(m <sup>2</sup> )
Volume	V	[L] <sup>3</sup>	metro cubo (m <sup>3</sup> )
Densità	$\rho$	[M][L] <sup>-3</sup>	kilogrammi su metri cubi (kg/m <sup>3</sup> )
Velocità	v	[L][t] <sup>-1</sup>	metri al secondo (ms <sup>-1</sup> )
Accelerazione	a	[L][t] <sup>-2</sup>	metri al secondo quadrato (ms <sup>-2</sup> )
Forza massa per accelerazione	F	[M][L][T] <sup>-2</sup>	Newton (N)
Pressione forza su superficie	p	[M][L] <sup>-1</sup> [t] <sup>-2</sup>	Pascal (Pa)
Lavoro/Energia Forza per spostamento	L/E	[M][L] <sup>2</sup> [t] <sup>-2</sup>	Joule (J)
Potenza Lavoro o energia nell'unità di tempo	W	[M][L] <sup>2</sup> [t] <sup>-3</sup>	Watt (W)

Come si può verificare nelle tabelle precedenti, nello scrivere i simboli delle unità di misura sono state rispettate alcune regole formali, a volte disattese nell'uso comune.

Ad esempio, le unità di misura delle superfici e dei volumi devono essere espresse con la notazione esponenziale e non con i simboli mq (metri quadri) e mc (metri cubi). Inoltre i simboli delle unità di misura non devono essere puntati, per cui scrivere: *“uno spazio di 10 m”* è corretto, mentre non lo è scrivere: *“uno spazio di 10 m.”*

I simboli letterali hanno la minima lunghezza possibile, per cui l'unità di tempo, il secondo, viene espressa dal simbolo “s” e non dalla notazione “sec”.

Il prefisso che indica il multiplo 1000 (kilo) si scrive con la lettera minuscola, poiché non va confuso con il simbolo della temperatura (Kelvin) che va invece scritto con la lettera maiuscola “K” e senza l'apposizione del simbolo “°” indicante il grado.

Le unità di misura vanno inoltre scritte con il simbolo che le rappresenta solo se accompagnate da un valore numerico preciso, mentre in caso contrario vanno indicate per esteso; per questa ragione, ad esempio, la frase *“...sono stati percorsi alcuni chilometri...”* è scritta correttamente, mentre non lo è la corrispondente *“...sono stati percorsi alcuni km...”*.

I simboli vanno scritti con la lettera maiuscola se sono le iniziali di nomi propri (N, Pa, W...), mentre bisogna usare la minuscola se l'unità è scritta per esteso (newton, pascal, watt...).

Da ultimo, ricordiamo che il separatore decimale ufficiale nell'S. I. è la virgola e non il punto. A volte le grandezze assumono valori numerici grandi o addirittura molto grandi oppure, analogamente, piccoli o molto piccoli. In questi casi vengono utilizzati dei prefissi per le unità di misura che consentono di usare, per la misura delle grandezze, numeri più agevoli. In tabella 3 sono riportati i prefissi solitamente utilizzati

*Tabella 3: PREFISSI NUMERICI DELLE UNITA' DI MISURA*

<b>Prefisso</b>	<b>Simbolo</b>	<b>Valore</b>	<b>Prefisso</b>	<b>Simbolo</b>	<b>Valore</b>
Tera	T	$10^{12}$	deci	d	$10^{-1}$
Giga	G	$10^9$	centi	c	$10^{-2}$
Mega	M	$10^6$	milli	m	$10^{-3}$
kilo	k	$10^3$	micro	$\mu$	$10^{-6}$
etto	h	$10^2$	nano	n	$10^{-9}$
deca	da	10	pico	p	$10^{-12}$

Comunemente, vengono molto utilizzate alcune unità di misura non facenti parte del Sistema Internazionale, ma che si possono ad esso correlare poiché multiple di unità fondamentali ad esso appartenenti e sono, ad esempio, quelle della tabella 4:

*Tabella 4: Unità di misura multiple di unità fondamentali del SISTEMA INTERNAZIONALE*

<b>Grandezza</b>	<b>Unità</b>	<b>Simbolo</b>	<b>Equivalenza</b>
Volume	Litro	l	$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$
Massa	Tonnellata	t	$1 \text{ t} = 1 \text{ Mg} = 10^6 \text{ g} = 10^3 \text{ kg}$
Pressione	bar	bar	$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$

Alcune grandezze sono spesso misurate ancora con unità di misura non appartenenti al Sistema Internazionale ma a quello Tecnico degli Ingegneri. E' il caso ad esempio delle unità riportate in tabella 5:

Tabella 5: Unità di misura del Sistema Tecnico degli Ingegneri

Grandezza	Unità	Simbolo	Equivalenza
Forza	kilogrammo-peso	$k_p$	$1 k_p = 9,807 N$
Calore	caloria	cal	$1 cal = 4,186 J$
Potenza	kilocaloria/ora	kcal/h	$1 kcal/h = 1,163 W$

Se vogliamo, ad esempio, esprimere una misura di forza peso pari a 20  $k_p$ , dobbiamo convertirla nell'unità di misura corrispondente del Sistema Internazionale, il newton, nel modo seguente:

$$20k_p = 20 \cdot 9,807 N \cong 196 N$$

Per quanto riguarda l'unità di misura del calore che veniva utilizzata nel Sistema Tecnico, la caloria, il fattore di conversione indicato in tabella 5, che vale 4,186, è comunemente chiamato "equivalente meccanico della caloria". Nel Sistema Tecnico, infatti, si utilizzava la caloria solo per misurare l'energia termica ed il joule per l'energia meccanica. Nel Sistema Internazionale tutte le forme di energia sono invece misurabili con la stessa unità di misura, il joule (J).

Strettamente correlate alle unità di energia sono quelle di potenza per le quali si adotta il fattore indicato in tabella 5, direttamente ricavabile dal precedente, come dimostrato dalle semplici correlazioni che seguono.

$$1cal = 4,186J \Rightarrow 1kcal = 4186J \Rightarrow 1 \frac{kcal}{h} = 4186 \frac{J}{h} = \frac{4186 J}{3600 s} = 1,163W$$

Da cui discende:

$$1 \frac{kcal}{h} = 1,163W \Rightarrow 1W = 0,86 \frac{kcal}{h}$$

Se, ad esempio vogliamo esprimere nell'S.I. una quantità di calore pari a 3500 cal, dobbiamo scrivere la seguente equivalenza:

$$3500cal = 3,5kcal = 3,5 \cdot 4186J = 14651J = 14,651kJ$$

In alcuni casi, viene utilizzata una specifica unità di misura dell'energia denominata kilowattora. Per questa valgono le seguenti relazioni di equivalenza:

$$1kWh = 1kWh \cdot 3600 \frac{s}{h} = 3600 \frac{kJ}{s} \cdot h \cdot \frac{s}{h} = 3600kJ$$

Pertanto, una energia di 10 kWh, corrispondente al consumo di una potenza di 1 kW per 10 ore di esercizio, può essere espressa con le unità dell'S. I. utilizzando la seguente equivalenza:

$$10kWh = 10 \cdot 3600kJ = 36000kJ$$

Una grandezza fisica per la cui misura sono in uso comune molte unità non appartenenti al Sistema Internazionale è la pressione. Nei diversi settori della fisica, infatti, si trovano spesso unità come l'atmosfera (atm), il bar (bar), i millimetri di mercurio (mmHg).

Di seguito vengono riportate le equivalenze che consentono di trasformarle nella corrispondente unità ufficiale dell'S.I. che è il Pascal.

$$1atm = 101325Pa$$

$$1atm = 760mmHg$$

$$1bar = 100000Pa \Rightarrow 1atm = 1,01325bar$$

$$1mmHg = 133,3Pa$$

La misura di una grandezza può essere espressa da un numero con molte cifre decimali. E' opportuno, in questo caso, stabilire il numero di cifre significative di tale valore numerico per scrivere in maniera più compatta, utilizzando anche la forma esponenziale, il numero stesso. In generale, ogni misura di grandezze fisiche è affetta da un certo grado di incertezza (errore rispetto alla misura vera della grandezza in oggetto) che può dipendere da varie cause, accidentali o sistematiche, quali ad esempio le condizioni dello strumento di misura, alcune condizioni ambientali che si verificano nell'esecuzione della misura, etc. Non ha alcun senso, perciò, utilizzare, nella espressione della misura di una grandezza, un numero di cifre significative più elevato dell'ordine di incertezza con cui viene eseguita la misura stessa. Se ad esempio, una temperatura viene letta da un termometro con un ordine di incertezza del decimo di grado, non ha senso dire che la temperatura misurata vale 37,43 °C; sarà più corretto dire che tale temperatura vale 37,4°C.

Per ridurre il numero di cifre significative di un valore numerico è dunque necessario effettuare, spesso, una troncatura delle cifre decimali. Per eseguire correttamente tale operazione, una volta fissato il numero di cifre significative, sarà necessario verificare il valore della cifra immediatamente seguente l'ultima cifra significativa e lasciare invariata quest'ultima (l'ultima significativa) se la successiva è minore o uguale a cinque, aumentarla di una unità se è invece maggiore di cinque.

Esempio:

m: numero di cifre significative, stabilito in base al grado di incertezza della misura

Misura della grandezza: **x = 9,8759432**

$$m=3; \quad m+1 \text{ esima cifra} = 5 \Rightarrow x = 9,87 \quad m \text{ esima cifra invariata}$$

$$m=4; \quad m+1 \text{ esima cifra} = 9 \Rightarrow x = 9,876 \quad m \text{ esima cifra aumentata di una unità}$$

$$m=5; \quad m+1 \text{ esima cifra} = 4 \Rightarrow x = 9,8759 \quad m \text{ esima cifra invariata}$$

A volte capita di dover effettuare delle operazioni di somma o differenza tra valori numerici di diverse grandezze omogenee (esprimibili con la stessa unità di misura) con numero di cifre significative diverso. In questo caso è necessario esprimere tutti i valori in oggetto con lo stesso numero di decimali che risulterà pari a quello del valore numerico che ne ha di meno.

Se ad esempio dobbiamo sommare le seguenti misure di massa: 4,87 kg, 0,0193 kg e 43,2 kg, il numero di decimali della somma delle tre misure sarà pari a 1, pertanto i numeri in oggetto subiranno le seguenti operazioni di troncatura:

$$4,87 \rightarrow 4,9$$

$$0,0193 \rightarrow 0,0$$

$$43,2 \rightarrow 43,2$$

per cui la somma sarà pari a:  $4,9 + 0,0 + 43,2 = 48,1$

che non risulta ovviamente influenzata dalla seconda misura. In altre parole, in questo caso, l'operazione di troncatura ha reso non significativa la seconda misura rispetto alla prima e alla terza. Infatti, non ha senso sommare una cifra ad un'altra che non è nota perché non rientra nel campo di precisione di quella misura (è al di fuori del numero di cifre significative di quel numero). Se il grado di precisione fosse stato più elevato (es: 3 cifre significative), la seconda misura avrebbe, con il suo valore, influenzato il risultato dell'operazione eseguita.



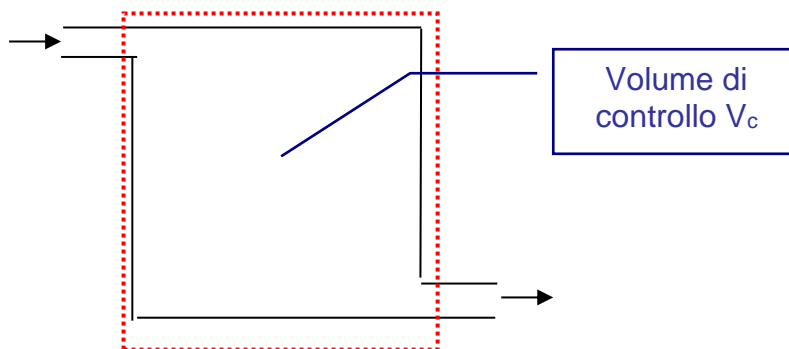
## GRANDEZZE TERMODINAMICHE FONDAMENTALI

La Termodinamica studia le trasformazioni di un sistema a seguito di scambi di energia (calore e/o lavoro) con altri sistemi o con l'ambiente esterno.

Si definisce "Sistema Termodinamico" una porzione di spazio o di materia separata dal resto dell'universo da una superficie di contorno, reale o fittizia, attraverso cui interagisce con l'esterno o con altri sistemi mediante scambi di energia e/o di massa.

A questo riguardo, potremo definire CHIUSO un sistema in cui non si hanno flussi di massa attraverso la sua superficie di contorno; un tale sistema è dunque caratterizzato da massa costante. Al contrario sarà APERTO se attraverso la sua superficie di contorno avvengono flussi di massa (in entrata e/o in uscita) dando luogo di conseguenza ad un sistema a massa variabile. Ad esempio, un serbatoio ermeticamente chiuso contenente un fluido costituisce un sistema chiuso a massa costante poiché impedisce sia ingressi che fuoriuscite di massa, mentre una turbina idraulica, che prevede una sezione di ingresso ed una di uscita dell'acqua di alimentazione, può subire variazioni di massa ed è dunque un sistema aperto. Se un sistema è aperto, poiché la sua massa è variabile, per definirla risulta necessario stabilire convenzionalmente un volume di controllo che lo delimiti; tale volume è generalmente compreso tra le sezioni di ingresso e di uscita (vedi Figura 1). In questo caso la massa del sistema è quella che istantaneamente occupa il volume di controllo.

Figura 1. Volume di controllo di un sistema aperto



Un sistema termodinamico si definisce ISOLATO se non è oggetto di flussi di energia, in particolare è ADIABATICAMENTE isolato, o più semplicemente ADIABATICO, se risulta termicamente isolato, ossia non scambia calore con l'ambiente esterno o con altri sistemi.

Per quello che riguarda la massa contenuta in un sistema, possiamo trovarla in una sola fase o stato di aggregazione, oppure in più fasi: nel primo caso il sistema sarà detto OMOGENEO mentre nell'altro caso sarà detto ETEROGENEO.

Un sistema può inoltre essere costituito da uno o più componenti. Ad esempio, l'aria che respiriamo è un sistema a più componenti (ossigeno  $O_2$ , azoto  $N_2$ , vapore acqueo  $H_2O$  ed altri gas in quantità minori), omogeneo poiché tutti i componenti si presentano allo stato gassoso, mentre un miscuglio di acqua liquida e ghiaccio è un sistema ad un solo componente ma eterogeneo, essendo in esso presenti contemporaneamente due fasi.

Un sistema è detto in EQUILIBRIO MECCANICO se non esiste moto relativo tra le sue parti, verificandosi evidentemente una condizione di equilibrio tra le forze ad esso applicate. Se in particolare si tratta di un fluido, conseguenza dell'equilibrio meccanico è un valore uniforme della PRESSIONE in ogni suo punto.

Un sistema si trova poi in condizioni di EQUILIBRIO CHIMICO se al suo interno non sono in atto reazioni chimiche o fenomeni di diffusione di specie chimiche, il che comporta un valore uniforme del POTENZIALE CHIMICO di ciascuna specie presente.

Infine diciamo che il sistema si trova in condizioni di EQUILIBRIO TERMICO se in esso non avvengono fenomeni di scambio termico a causa di un valore uniforme della TEMPERATURA in ogni suo punto.

La coesistenza degli stati di equilibrio meccanico, chimico e termico comporta per il sistema considerato una condizione di EQUILIBRIO TERMODINAMICO.

E' possibile, a questo punto, attribuire ad un sistema in equilibrio termodinamico delle proprietà interne ed esterne, le prime, anche dette termostatiche, quali massa, volume, pressione, temperatura, etc., possono anche essere considerate come le coordinate termodinamiche del sistema, mentre le seconde, quali ad esempio la quota o la velocità rispetto ad un sistema di riferimento inerziale, determinano la sua posizione spazio-temporale e definiscono le coordinate meccaniche del sistema. La conoscenza delle coordinate meccaniche e di quelle termodinamiche consente di fissare lo stato del sistema. In riferimento ad uno stato è possibile definire GRANDEZZE di STATO tutte quelle proprietà termodinamiche che sono univocamente determinate solo dallo stato stesso del sistema e che, nel passaggio da uno stato all'altro (trasformazione) subiscono variazioni dipendenti solo dalle condizioni iniziali e finali e non dal particolare percorso seguito. Da un punto di vista analitico tali grandezze sono funzioni potenziali e danno luogo, se differenziate, a differenziali esatti. Appartengono a tale categoria la temperatura  $T$ , la pressione  $p$ , il volume  $V$ , l'entalpia  $H$ , l'energia interna  $U$  e così via.

Possiamo effettuare un'ulteriore classificazione delle grandezze di stato suddividendole in INTENSIVE ed ESTENSIVE.

Si dicono intensive quelle grandezze che sono indipendenti dalla massa del sistema ed estensive, al contrario, quelle che dipendono dalla massa del sistema. Come diretta conseguenza di tali definizioni, alle grandezze estensive possiamo applicare la proprietà additiva, per cui, ad esempio, sommando i volumi di due sistemi si ottiene un sistema che ha per volume la somma dei due volumi componenti, mentre le grandezze intensive non godono di tale proprietà per cui, ad esempio, un sistema risultante dalla somma di due sistemi componenti con lo stesso valore di temperatura sarà anch'esso caratterizzato da quello stesso valore di temperatura e non dalla somma dei valori iniziali delle temperature dei due sistemi componenti.

Ad ogni grandezza estensiva corrisponde una intensiva ottenibile dividendo il suo valore per la massa, cioè introducendo la relativa grandezza specifica. Ad esempio, considerando un sistema di massa  $M$  si ha:

$V$ : volume ( $m^3$ )	→	$v$ : volume specifico $V/M$ ( $m^3/kg$ )
$H$ : entalpia (J)	→	$h$ : entalpia specifica $H/M$ (J/kg)
$U$ : energia interna (J)	→	$u$ : energia interna specifica $U/M$ (J/kg)

I simboli delle grandezze estensive si scrivono con la lettera maiuscola, quelle intensive con la lettera minuscola.

L'inverso del volume specifico è la densità  $\rho$ , definita come il rapporto fra la massa ed il volume e si misura in  $kg/m^3$ . In generale la densità di una sostanza dipende dalla temperatura e dalla pressione; in molti gas, ad esempio, la densità è proporzionale alla pressione ed inversamente proporzionale alla temperatura. I liquidi ed i solidi sono invece considerati sostanzialmente incompressibili e la loro variazione di densità con la pressione è normalmente trascurabile. Ad esempio l'acqua a  $20\text{ }^\circ C$  ha una densità di  $998\text{ }kg/m^3$  ad 1 atm e di  $1003\text{ }kg/m^3$  a 100 atm, con un incremento di appena lo 0.5%.

La sensibilità della densità con la temperatura, per i liquidi ed i solidi è invece più marcata. Ad esempio l'acqua ha una densità di  $998 \text{ kg/m}^3$  a  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  e di  $975 \text{ kg/m}^3$  a  $75 \text{ }^\circ\text{C}$ , con un decremento del 2.3%.

Tra le grandezze intensive di un sistema in condizioni di equilibrio termodinamico esistono delle relazioni che permettono di determinare il valore di una dalla conoscenza delle altre.

Il numero di variabili intensive indipendenti di un sistema, quelle cioè che possono essere determinate indipendentemente l'una dall'altra senza modificare lo stato di aggregazione del sistema e consentendo di definirlo compiutamente dal punto di vista termodinamico, dipende dallo stato di aggregazione e dal numero di componenti che costituiscono il sistema stesso, secondo la seguente regola di Gibbs o delle fasi:

$$V = C - F + 2$$

dove:

V: numero di variabili indipendenti;

C: numero di componenti;

F: numero di fasi.

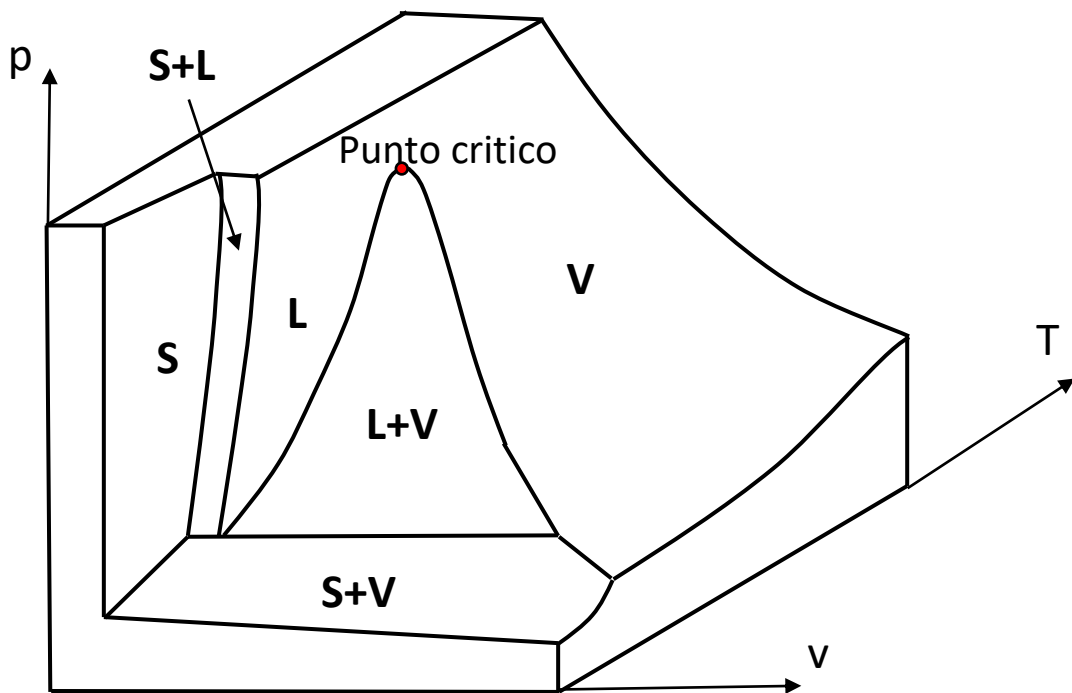
*Esempio 1:* miscuglio acqua liquida-ghiaccio: sistema chimicamente omogeneo ( $C=1$ ), coesistenza di due fasi ( $F=2$ ),  $V = 1 - 2 + 2 = 1$  - sistema monovariante: è sufficiente la conoscenza di una sola variabile intensiva per determinare lo stato del sistema;

*Esempio 2:* ossigeno in una bombola: sistema chimicamente omogeneo ( $C=1$ ), con un'unica fase ( $F=1$ ),  $V = 1 - 1 + 2 = 2$  - sistema bivariante: è necessaria la conoscenza di due variabili intensive per determinare lo stato del sistema.

*Esempio 3:* soluzione liquida di acqua e ammoniaca: sistema eterogeneo ( $C=2$ ) con un'unica fase ( $F=1$ ),  $V = 2 - 1 + 2 = 3$  - sistema trivariante: è necessario conoscere tre variabili per determinare lo stato del sistema (ad esempio temperatura, pressione e frazione molare di uno dei due componenti).

Le relazioni che esistono tra le grandezze di stato di un sistema, dette equazioni di stato, possono essere espresse in forma grafica, nei cosiddetti diagrammi di stato (vedi Figura 2), che rappresentano, nello spazio a tre dimensioni, il luogo dei punti dei vari stati di aggregazione del sistema in funzione delle variabili di stato  $p$ ,  $v$  e  $T$ . Essi sono utili per studiare le trasformazioni che subiscono i sistemi e consentono di fare interessanti considerazioni anche in relazione alle modalità con cui avvengono i passaggi di stato: solido-liquido, liquido-vapore, solido-vapore e viceversa.

Figura 2. Esempio di diagramma di stato p-v-T



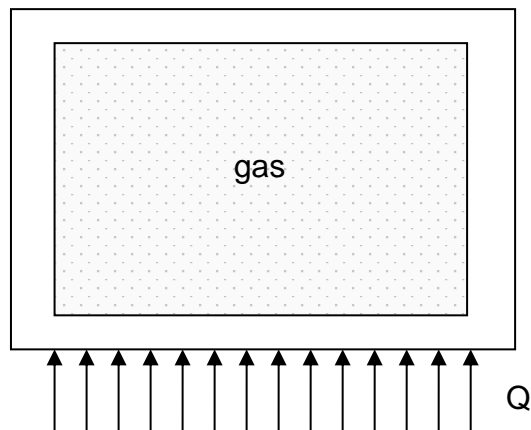
Parallelamente alle grandezze di stato, vanno **introdotte** alcune grandezze dette di scambio, che non possono essere definite in corrispondenza di uno stato termodinamico, ma solo all'interno di una trasformazione. Sono infatti grandezze energetiche, che esprimono le quantità di energia meccanica (lavoro) o termica (calore) che, scambiate dal sistema con l'ambiente esterno o tra due sistemi, consentono lo svolgersi di una trasformazione. E' infatti grazie alla possibilità di scambiare calore e/o lavoro, che un sistema può evolvere da uno stato all'altro.

Si definisce infatti trasformazione ogni modificazione dello stato termodinamico di un sistema che comporti la variazione del valore assunto da almeno una delle grandezze di stato che lo caratterizzano rispetto alla condizione iniziale.

Se ad esempio ad un gas contenuto in un recipiente a pareti rigidamente fissate (vedi Figura 2) viene fornita una certa quantità di calore, alcuni suoi parametri di stato, quali la temperatura e la pressione, variano mentre il volume rimane costante.

Il sistema dunque subisce una trasformazione passando da uno stato iniziale 1, cui corrispondevano alcuni valori delle grandezze di stato ( $p_1$ ,  $v_1$ ,  $T_1$ ) ad uno finale 2 cui corrispondono altri valori delle grandezze di stato ( $p_2$ ,  $v_2$ ,  $T_2$ ). Nel caso particolare in oggetto il sistema subisce una trasformazione che ha la caratteristica di conservare costante il valore del volume: una trasformazione di tal genere si dice ISOCORA. Altre trasformazioni possono essere caratterizzate dal valore costante di un altro o di due parametri di stato facendo contemporaneamente variare i rimanenti.

**Figura 3.** Fornitura di calore ad un gas in un recipiente chiuso (trasformazione isocora)



Le grandezze di scambio sono caratterizzate da un segno che indica il verso in cui la quantità in oggetto viene scambiata. Secondo una convenzione internazionale, il calore che un sistema cede all'esterno (uscente) viene considerato negativo, mentre quello che riceve da una sorgente esterna (entrante) è positivo. Al contrario il lavoro ceduto dal sistema all'esterno (uscente) è positivo, mentre si considera negativo se il sistema lo subisce dall'esterno (entrante).

Ad esempio, un gas all'interno di un sistema cilindro-pistone che espande grazie all'apporto di calore ricevuto da una sorgente esterna, riceve una quantità di calore positivo e compie un lavoro positivo. Al contrario lo stesso gas che viene compresso da una forza esterna subisce un lavoro che, dunque, è da considerarsi negativo.

## ***Reversibilità dei processi termodinamici – Definizione di Lavoro***

I processi termodinamici o trasformazioni che avvengono in natura (reali) sono sempre causati da uno squilibrio iniziale di una grandezza potenziale e sono caratterizzati da fenomeni dissipativi. Ad esempio, la corrente elettrica che attraversa un circuito viene messa in moto grazie ad una tensione (differenza di potenziale elettrico) e lungo il circuito si sviluppano fenomeni di dissipazione (trasformazione di energia elettrica in calore per effetto Joule); in una centrale idroelettrica, una portata d'acqua effettua un salto di quota sviluppando energia meccanica grazie alla differenza di energia potenziale gravitazionale che la caratterizza nelle condizioni iniziali e lungo il percorso dissipa in parte l'energia a disposizione a causa di fenomeni di attrito.

Durante lo svolgimento di un fenomeno reale lo squilibrio di potenziale che ne era stato origine tende a diminuire fino ad annullarsi. Questo rende impossibile lo svolgimento del fenomeno inverso senza un intervento dall'esterno, cioè senza che venga utilizzata un'altra forma di energia non appartenente al sistema. Una trasformazione di questo tipo si dice irreversibile poiché può avvenire solo in un verso (quello determinato dallo squilibrio iniziale della grandezza potenziale) e non ha alcuna possibilità di verificarsi spontaneamente in senso opposto.

Un modello di trasformazione cui si fa ricorso per descrivere i processi termodinamici è quello di trasformazione REVERSIBILE. In contrasto con le caratteristiche appena enunciate, tipiche di tutte le trasformazioni reali, un processo reversibile non presenta alcun fenomeno dissipativo e può svolgersi indifferentemente in un verso o nell'altro impiegando esattamente la stessa quantità di energia. In altre parole lo svolgimento del processo diretto e di quello inverso non lascia alcun segno nell'ambiente circostante, poiché essi vengono effettuati impiegando il potenziale di energia contenuto nel sistema nelle condizioni iniziali, senza alcun apporto dall'esterno, indifferentemente in un verso o nell'altro.

E' chiaro che un processo di questo tipo è ideale poiché presuppone assenza di fenomeni dissipativi, che sono invece sempre presenti in qualsiasi fenomeno fisico e la possibilità che un fenomeno avvenga spontaneamente in un verso o nell'altro, circostanza questa irrealizzabile in natura.

Per meglio comprendere quest'ultima caratteristica propria della reversibilità immaginiamo un fenomeno termico che avvenga tra due sistemi o corpi a diversa temperatura: il calore passa spontaneamente dal corpo più caldo a quello più freddo. Il fenomeno inverso non avverrà mai naturalmente, ma possiamo avvicinarci sempre più ad una situazione in cui il trasferimento di calore possa avvenire indifferentemente nei due versi quanto più facciamo diminuire la differenza di temperatura tra i due sistemi. Quando tale differenza tende a zero non c'è più alcun motivo per cui il calore debba andare in un verso o nel verso opposto, quindi abbiamo raggiunto la condizione voluta, ma, nello stesso tempo, non abbiamo più il presupposto che rende possibile la trasformazione, cioè lo squilibrio termico tra i due corpi. In altre parole, facendo tendere a zero la differenza di temperatura tra i due corpi abbiamo raggiunto le condizioni per la reversibilità, ma il fenomeno non ha più la possibilità di avere luogo poiché manca la causa che lo potrebbe generare. Si tratta dunque di un fenomeno ideale e non reale.

Facciamo ora riferimento ad un sistema chiuso, ad esempio una massa di gas contenuta in un sistema cilindro-pistone in grado di scambiare lavoro con l'esterno mediante espansione o compressione dovuta al movimento del pistone. Nel caso in cui il gas si espande parleremo di lavoro compiuto dal sistema sull'esterno (lavoro uscente), mentre nel caso di compressione del gas, il lavoro è subito dal sistema da parte dell'ambiente esterno (lavoro entrante).

Nel sistema cilindro-pistone illustrato in figura 4 si consideri la massa di gas in esso contenuta e si ipotizzi di trascurare l'attrito tra cilindro e pistone, tra fluido e pareti del cilindro e tra i vari strati di fluido.

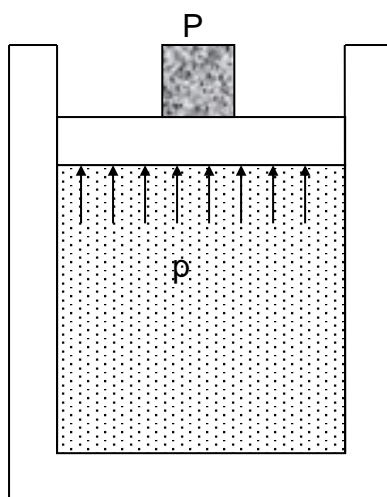
In condizioni di equilibrio, la pressione  $p$  esercitata dal gas sulla superficie interna del pistone equivale all'azione esercitata sul lato esterno dello stesso dalla forza peso  $P$ .

Se indichiamo con  $A$  l'area di contatto tra gas e pistone, possiamo scrivere:

$$P = A \cdot p$$

Ad ogni incremento o decremento di  $P$  ( $\Delta P$ ) corrisponde uno spostamento del pistone e, di conseguenza, un lavoro scambiato dal sistema con l'esterno.

**Figura 4.** Lavoro di espansione/compressione in un sistema cilindro - pistone



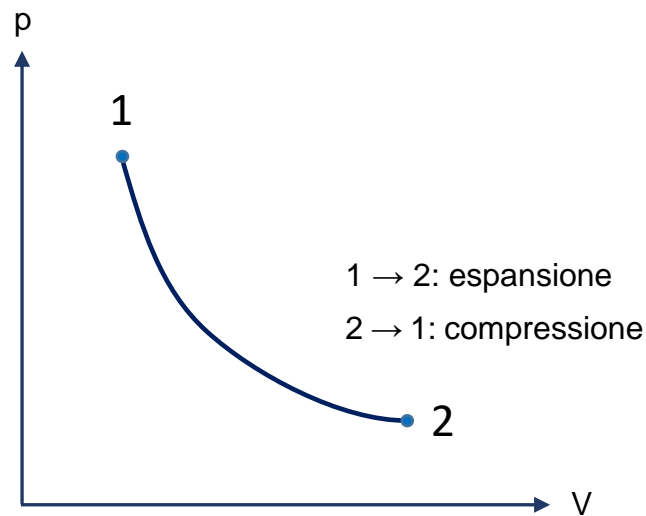
Se togliamo all'improvviso il peso  $P$ , il pistone si muove verso l'alto, non esistendo più equilibrio tra le forze interne e quelle esterne, e all'interno della massa di gas si innescano moti turbolenti delle particelle costituenti. Questo provoca una certa disuniformità spaziale di pressione e temperatura che rende impossibile caratterizzare il sistema con un unico valore dei parametri di stato, in particolare della pressione  $p$ .

Se, al contrario, il peso  $P$  viene asportato gradualmente e lentamente, sottraendo porzioni infinitesime di peso  $dP$ , in ogni istante il sistema si trova in condizioni molto prossime all'equilibrio in corrispondenza delle quali le sue proprietà termodinamiche godono di uniformità spaziale.

In queste condizioni il sistema risulta caratterizzabile in ogni istante con un unico valore della pressione  $p$ . Un processo di questo tipo, passante attraverso infiniti stati di equilibrio successivi tra loro ed infinitamente vicini si dice QUASISTATICO e la trasformazione in oggetto è rappresentabile in un diagramma termodinamico  $p$ - $V$  (espansione o compressione), come illustrato in figura 5.

Un processo quasistatico, in cui siano totalmente assenti fenomeni di attrito o dissipativi di ogni genere, si dice REVERSIBILE.

**Figura 5.** Processo quasistatico di espansione/compressione



Per ogni tratto infinitesimo di espansione o compressione  $dx$  il sistema compie un lavoro  $dL$ . Tale lavoro è sempre esprimibile in funzione delle forze esterne:

Se  $p_{est} = P/A$ , allora:

$$dL = p_{est} \cdot A \cdot dx$$

In un processo reale, non potendo definire in ogni istante un valore della pressione interna rappresentativo dell'intero sistema e non potendo fissare posizioni di equilibrio tra forze esterne ed interne intermedie tra i punti iniziale e finale, non è possibile esprimere tale lavoro in funzione delle variabili interne del sistema e delle loro variazioni.

Ma se il processo ha caratteristiche di reversibilità il lavoro delle forze esterne è esprimibile in funzione della pressione interna poiché in ogni istante è possibile definire una condizione molto vicina all'equilibrio, in cui pressione interna ed esterna si equivalgono. La reversibilità infatti sottintende la quasistaticità.

In un processo reversibile si può allora scrivere la seguente relazione:

$$dL = p \cdot A \cdot dx$$

Siccome:

$$A \cdot dx = dV$$

dove  $dV$  è la variazione di volume nel cilindro, si ha:

$$dL = p \cdot dV$$

Se  $M$  è la massa del gas contenuto nel cilindro e  $v$  il suo volume specifico, si ha:

$$dL = p \cdot M \cdot dv$$



da cui è possibile ricavare il lavoro per unità di massa dl:

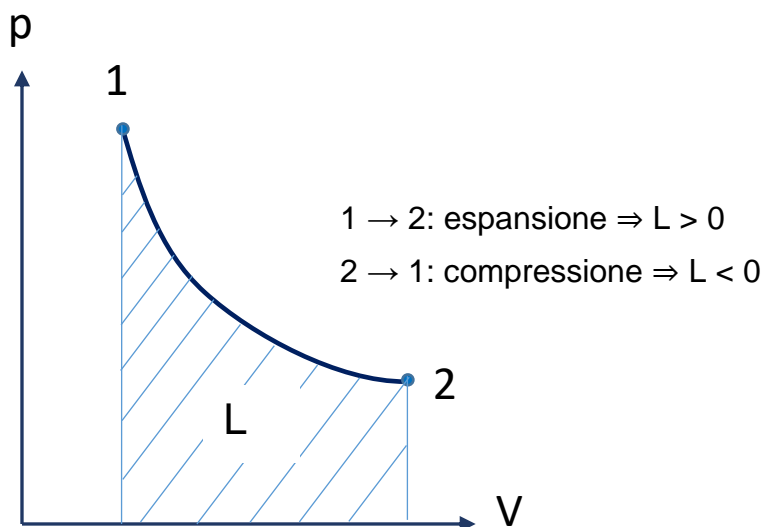
$$dl = p \cdot dv$$

In un processo finito 1-2 si può scrivere:

$$L_{12} = \int_1^2 p \cdot dV \quad (\text{J}) \quad \text{e} \quad l_{12} = \int_1^2 p \cdot dv \quad (\text{J/kg})$$

In un diagramma p-V (cfr. figura 6) il lavoro di espansione/compressione di un gas è espresso dall'area sottesa dalla linea che indica la trasformazione sul verso positivo dell'asse delle ascisse. Il lavoro risulta positivo se la trasformazione comporta un aumento di volume (espansione), negativo in caso contrario (compressione).

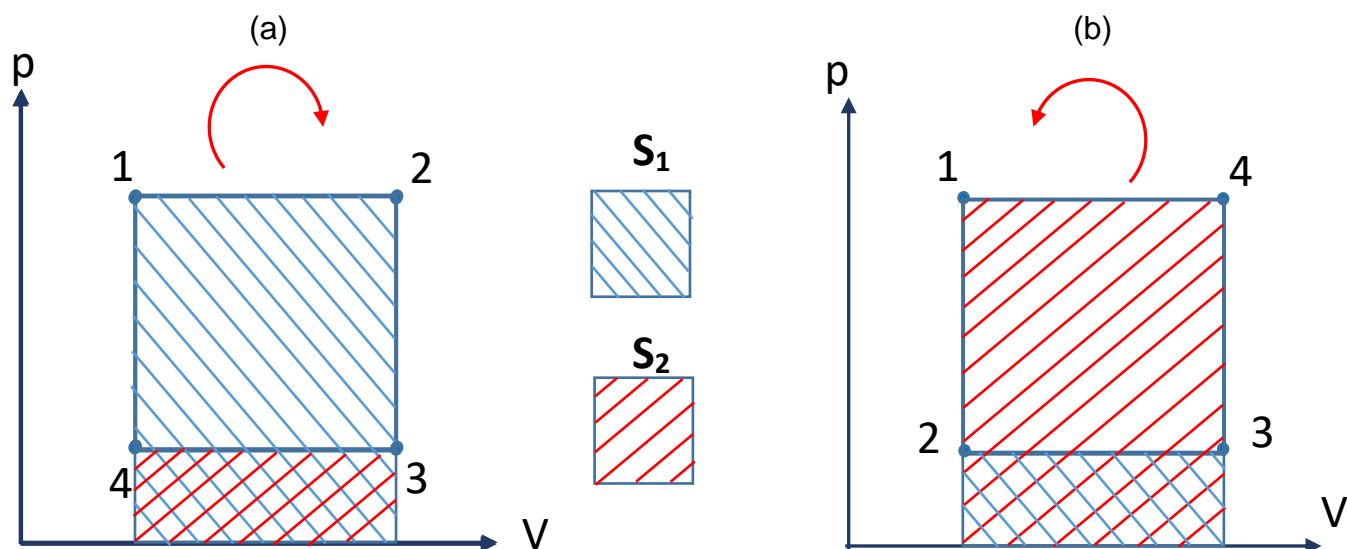
**Figura 6.** Rappresentazione grafica del lavoro in un diagramma p-V



Se il punto iniziale e quello finale della trasformazione coincidono la trasformazione è chiusa o ciclica ed il lavoro risulta positivo se la trasformazione avviene in senso orario, negativo in caso contrario.

Infatti, supponiamo di percorrere il ciclo in senso orario, cioè di compiere un ciclo diretto, e consideriamo il tratto 12 ed il tratto 21 che sottendono, rispettivamente, le due aree S<sub>1</sub> ed S<sub>2</sub> rispetto al verso positivo delle V (Figura 7-a). La prima esprime un lavoro positivo poiché 12 è una espansione e la seconda negativo essendo la 21 una compressione. Naturalmente lungo i tratti 12 e 21, che rappresentano delle isocore il lavoro è nullo. Poiché S<sub>1</sub> risulta maggiore di S<sub>2</sub>, il lavoro è complessivamente positivo, dunque L<sub>ciclo</sub>>0.

**Figura 7.** Lavoro in un processo ciclico



Al contrario, nel caso di ciclo inverso (Fig. 7-b), quindi percorso in senso antiorario, la 23 sottende l'area  $S_2$  ed essendo una espansione, dà luogo ad un lavoro positivo, mentre la 41, che individua l'area  $S_1$ , è una compressione cui corrisponde un lavoro negativo. Poiché, in questo caso,  $S_1 < S_2$ , il lavoro risulta complessivamente negativo, quindi  $L_{\text{ciclo}} < 0$ . In altre parole il lavoro complessivamente scambiato dal sistema in un processo ciclico diretto (senso orario) è positivo, mentre risulta negativo nel caso di processo ciclico inverso (senso antiorario)

Per calcolare il lavoro compiuto da un sistema lungo una trasformazione reversibile è necessario conoscere dunque l'andamento di  $p$  in funzione di  $V$ .

Se la trasformazione è isobara ( $p = \text{costante}$ ), il calcolo risulta molto semplice:

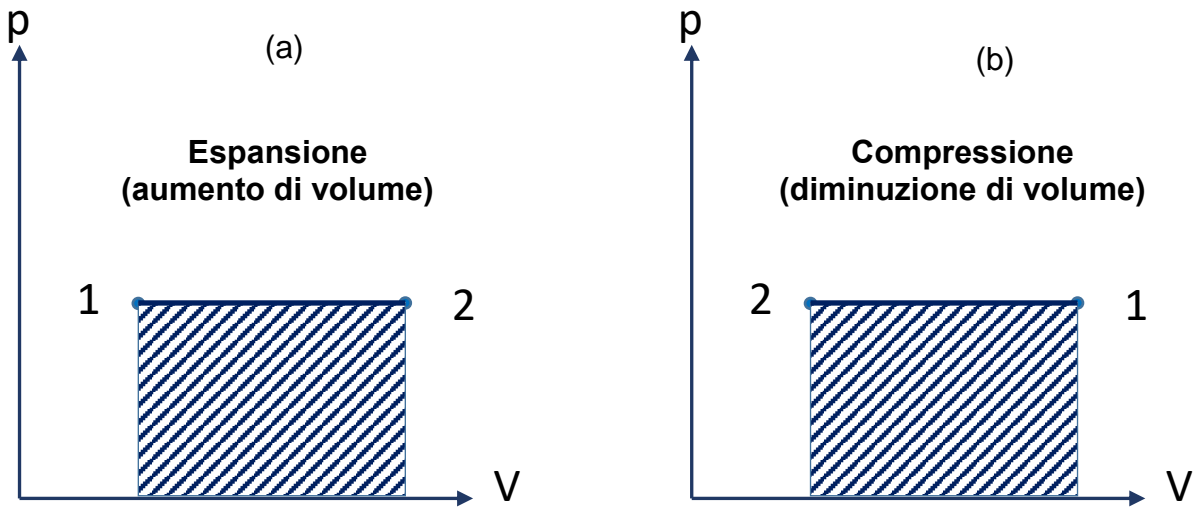
$$L_{12} = \int_1^2 p \cdot dV = p \cdot \int_1^2 dV = p \cdot (V_2 - V_1)$$

Graficamente il lavoro compiuto lungo una espansione/compressione isobara è dato dall'area del rettangolo sotteso dalla linea che rappresenta la trasformazione sul verso positivo dell'asse delle ascisse, di lati  $p$  e  $(V_2 - V_1)$ , come illustrato in Figura 8. Ovviamente tale lavoro risulta essere positivo nel caso di una espansione, essendo  $V_2 > V_1$  (cfr. Figura 8-a), e negativo nel caso di compressione, essendo  $V_2 < V_1$  (cfr. Figura 8-b).

Sottolineiamo ancora che l'espressione del lavoro indicata ( $dL = p dV$ ) riguarda sempre processi reversibili cioè caratterizzati da velocità quasi nulla (infinitamente lenti) e da totale assenza di fenomeni d'attrito.

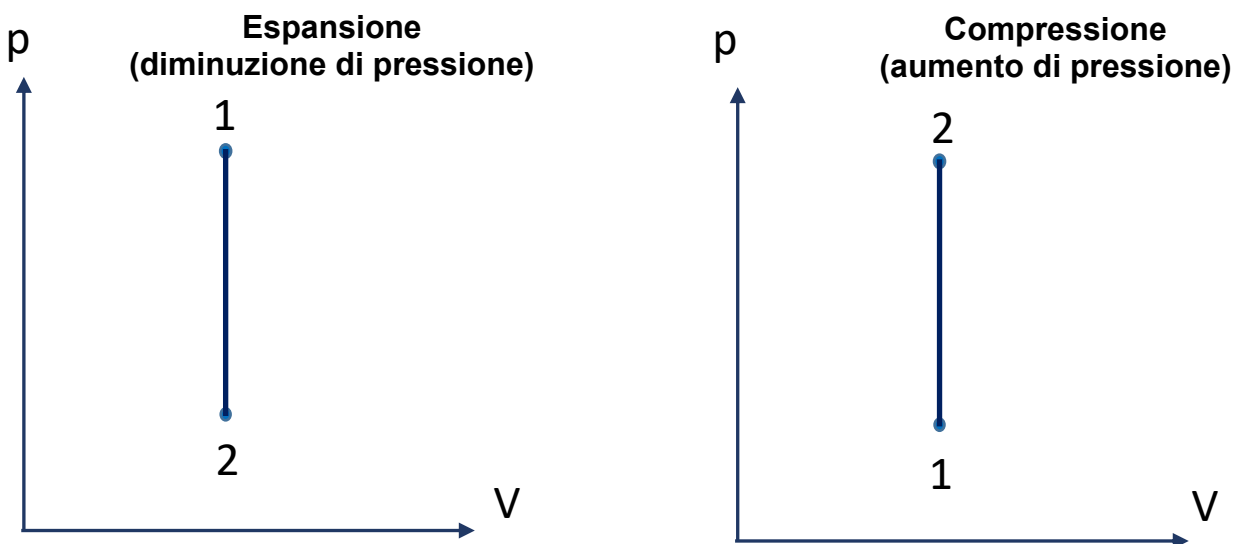
I processi reali non sono reversibili ma irreversibili, poiché avvengono sempre a velocità finita, per cui non hanno la caratteristica di quasi-staticità, e con fenomeni dissipativi quali l'attrito.

**Figura 8.** Lavoro in un processo isobaro reversibile



Nel caso di trasformazione isocora reversibile ( $V = \text{costante}$ ) il lavoro ovviamente risulta nullo sia nel caso di espansione (cfr. Figura 9-a) che nel caso di compressione (cfr. Figura 9-b)

**Figura 9.** Lavoro nullo in un processo isocoro reversibile



### ***Energia interna di un sistema***

Si definisce energia totale o livello energetico di un sistema la somma di tutte le forme di energia da esso possedute. Queste possono essere raggruppate in due grosse categorie: quelle manifeste a livello macroscopico, identificabili nell'energia potenziale ed in quella cinetica, e quelle che, invece, non sono apprezzabili a livello macroscopico, in quanto riguardano lo stato energetico delle particelle microscopiche (atomi, molecole ed elettroni)

del sistema stesso. Quest'ultimo gruppo di energie va a costituire nel suo complesso una grandezza denominata ENERGIA INTERNA del sistema.

In particolare, a livello microscopico, possiamo attribuire alle molecole, agli atomi, agli elettroni ed a tutte le particelle elementari energie potenziali legate alle interazioni che hanno luogo tra di loro; queste possono essere di tipo elettrico, poiché le particelle sono dotate di carica, oppure gravitazionale essendo esse dotate di massa.

Le molecole sono dotate inoltre di energia cinetica poiché animate da moti traslazionali, rotazionali e vibrazionali, mentre gli elettroni sono dotati di moto rotazionale intorno al proprio asse oltre che intorno al nucleo dell'atomo di appartenenza.

In termini analitici potremmo scrivere una relazione di questo tipo:

$$E = E_c + E_p + U$$

essendo:

$E_c$ : energia cinetica del sistema [J];

$E_p$ : energia potenziale del sistema [J];

$U$ : energia interna del sistema [J].

Alle grandezze estensive scritte corrispondono le relative grandezze intensive  $e_c$ ,  $e_p$  ed  $u$  misurabili in [J/kg], che indicano le quantità energetiche in relazione all'unità di massa del sistema.

Dunque, l'energia interna di un sistema e la sua corrispondente grandezza specifica indicano il contenuto globale di energia del sistema a livello microscopico, ossia lo stato energetico del sistema indipendentemente dalla posizione occupata nello spazio (*energia potenziale macroscopica*) e dalla sua velocità (*energia cinetica macroscopica*). L'energia interna di un corpo o di un sistema è in qualche modo legata al suo stato termico di cui è espressione macroscopica una grandezza di stato di difficile definizione ma di comune esperienza: la "temperatura".

### **Definizione della TEMPERATURA**

Abbiamo già detto che la temperatura esprime a livello macroscopico, il contenuto energetico che ha un sistema a livello microscopico. In particolare essa non è espressione di tutta l'energia interna specifica del corpo, ma solo di una parte di essa, quella riguardante l'energia cinetica molecolare. Se facciamo infatti riferimento ad un processo termodinamico che dia luogo ad un cambiamento di stato (es: liquido → vapore o viceversa), durante la trasformazione il sistema subisce una variazione di energia interna specifica, legata allo spezzarsi o al ricostituirsi di legami tra gli atomi che costituiscono le molecole, con conseguente modificazione delle energie potenziali microscopiche, ma tali fenomeni sono tipicamente isotermi, cioè avvengono sempre a temperatura costante, per cui, in questo caso, ad una modificazione di energia interna del sistema non corrisponde una variazione di temperatura. L'energia termica necessaria ad effettuare tali cambiamenti di stato prende il nome di "CALORE LATENTE".

Quando, al contrario, al sistema viene fornito calore "SENSIBILE", in grado cioè di far variare la temperatura del sistema<sup>1</sup>, l'energia cinetica delle molecole aumenta e di conseguenza aumenta la temperatura del sistema stesso. In questo caso, ad una variazione dell'energia

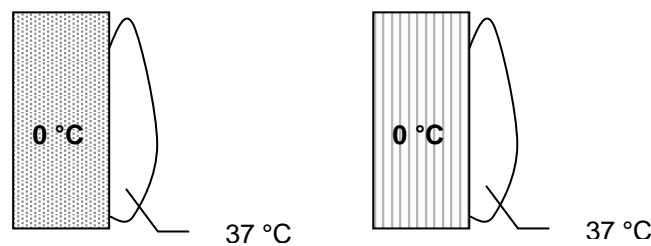
---

<sup>1</sup> Questa denominazione deriva proprio dal fatto che l'effetto di un tale fenomeno di scambio termico è percepibile in modo sensibile dal corrispondente aumento o diminuzione della temperatura.

interna corrisponde una variazione concorde della temperatura, che risulta perciò essere, in qualche misura, un indice dell'agitazione molecolare interna del sistema.

La temperatura è una grandezza di difficile definizione, poiché legata alla sensazione di caldo o di freddo prodotta da un corpo, sensazione che, in alcuni casi, può risultare ingannevole. Infatti, se poniamo una mano a contatto con un corpo metallico in equilibrio termico con l'ambiente esterno considerato ad una temperatura tipicamente invernale, ad esempio 0 °C, percepiamo una sensazione diversa da quella prodotta, in condizioni analoghe, dal contatto con un corpo costituito da materiale isolante alla stessa temperatura. Il primo appare più freddo del secondo (vedi Figura 10).

**Figura 10.** Sensazioni termiche diverse da due materiali diversi alla stessa temperatura



Il calore passa dalla mano all'ambiente ( $\Delta T = 37 \text{ °C}$ ) attraverso il materiale<sup>2</sup>. All'interno dello strato di materiale metallico il calore passa rapidamente, mentre, nell'isolante, lo stesso fenomeno avviene più lentamente. A questa diversa velocità di svolgimento del fenomeno fisico sono legate le sensazioni termiche diverse: il metallo appare più freddo e l'isolante più caldo. Può risultare dunque ingannevole definire la temperatura basandosi sulla sensazione termica prodotta da un certo livello termico.

Per tentare di descriverla in modo corretto e di costruire delle scale termometriche adatte ad effettuarne la misura, partiamo dal confronto tra due sistemi termodinamici e stabiliamo quando essi hanno la stessa temperatura.

Consideriamo due sistemi a diversa temperatura inizialmente a contatto fra di loro: un serbatoio 1 contenente il gas 1 a temperatura  $T_1$  ed un serbatoio 2 con esso a contatto contenente il gas 2 a temperatura  $T_2$ . Tra i due sistemi avvengono scambi termici che li conducono dopo un po' di tempo ad una condizione di equilibrio termico. Gli scambi sono tanto più veloci quanto più la parete che li separa è DIATERMICA, avendo definito con tale termine una parete che offre una resistenza nulla al passaggio di calore. Al contrario, gli scambi termici risultano tanto più lenti quanto più essa ha caratteristiche di adiabaticità, cioè risulta in grado di impedire il passaggio di calore. Nella realtà non esistono pareti diatermiche o adiabatiche, ma queste rappresentano dei modelli che descrivono condizioni estreme a cui ci si può avvicinare tanto più quanto più si fa diminuire o aumentare la resistenza termica del materiale, facendola tendere a zero nel primo caso e ad infinito nel secondo.

Se la parete di separazione tra i due sistemi non è adiabatica, si consentono gli scambi termici e, durante il processo, le proprietà termodinamiche dei due sistemi  $p$ ,  $v$  e  $T$  cambiano continuamente fino a che non si raggiunge una condizione di equilibrio. In uno stato di

<sup>2</sup>All'interno di questo, il flusso termico conduttivo avviene secondo l'equazione: 
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau}$$

con  $\alpha = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}$  diffusività termica. A piccoli valori di  $\alpha$  corrispondono lente variazioni di temperatura, mentre a valori di  $\alpha$  più elevati corrispondono rapide variazioni di temperatura.

equilibrio le variabili  $p$ ,  $v$  e  $T$  non possono più assumere valori arbitrari ma dipendono l'una dall'altra. Al contrario, se la parete di separazione è adiabatica, non avvengono scambi termici tra i due sistemi, non si raggiunge l'equilibrio termico tra di essi e, di conseguenza, le grandezze termodinamiche dei due sistemi possono variare arbitrariamente. In uno stato di equilibrio, la pressione, la temperatura ed il volume specifico di ciascuno dei due sistemi sono legati da una relazione del tipo:

$$f(p, v, T) = 0$$

per cui, permanendo tale stato di equilibrio, al variare di una, variano automaticamente le altre due secondo la funzione scritta.

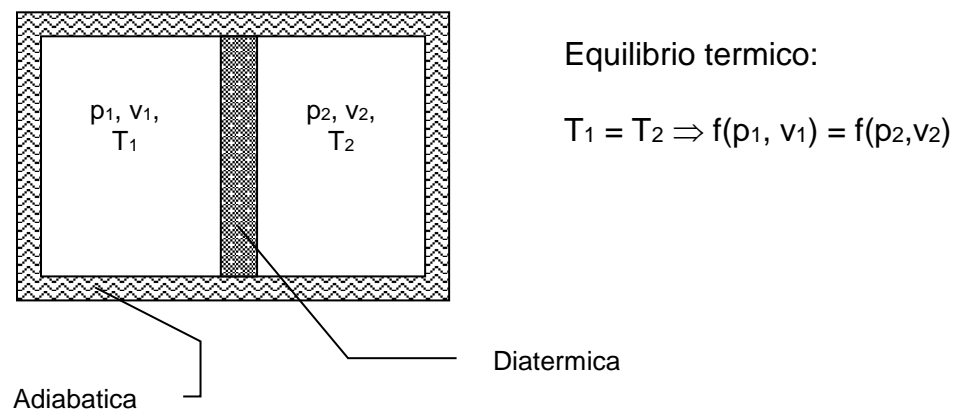
La relazione scritta può essere posta in forma esplicita rispetto alla temperatura:

$$T = f(p, v)$$

Consideriamo, con riferimento alla Figura 11, due sistemi inizialmente a diversa temperatura, separati da una parete diatermica. Avviato il processo i due sistemi raggiungeranno la condizione di equilibrio in un tempo nullo. Due sistemi in equilibrio termico hanno in comune il valore della TEMPERATURA, di conseguenza possiamo scrivere:

$$T_1 = f(p_1, v_1) = T_2 = f(p_2, v_2)$$

**Figura 11.** Scambio termico tra due sistemi con parete di separazione diatermica



Supponiamo ora di fare un altro esperimento. Ipotizziamo che i sistemi 1 e 2 siano a contatto mediante una parete diatermica con un terzo sistema e, contemporaneamente, che ogni scambio termico tra di essi sia inibito mediante una parete adiabatica (vedi Figura 12). Partendo da una condizione iniziale di squilibrio termico, i sistemi 1 e 2 si portano istantaneamente in condizioni di equilibrio termico con il sistema 3, per cui si ha:

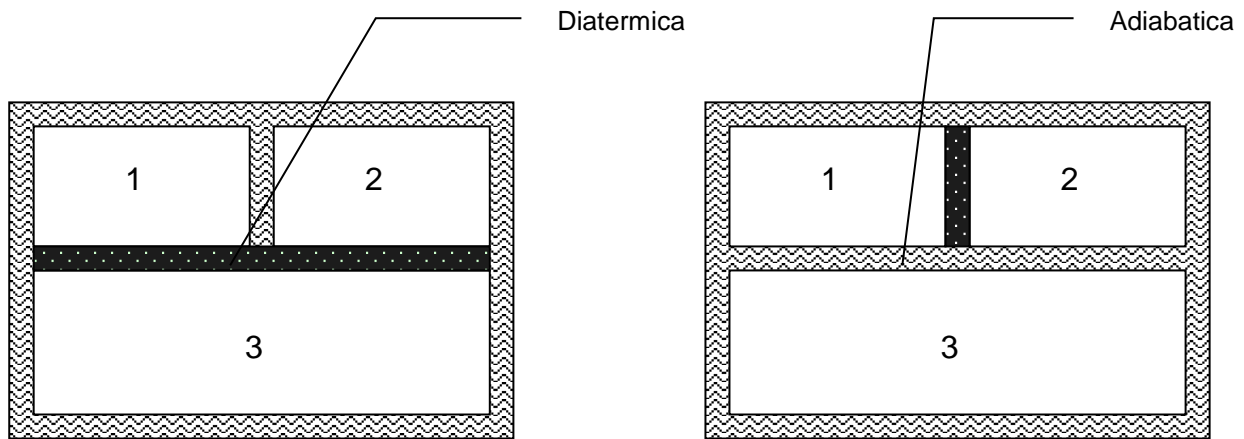
$$T_1 = T_3$$

$$T_2 = T_3$$

Successivamente, se si rende adiabatica la parete che prima era diatermica e diatermica quella di separazione tra 1 e 2 che prima era adiabatica, si impediscono gli scambi termici, rispettivamente, fra 1 e 3 e fra 2 e 3, e si consente viceversa lo scambio fra 1 e 2.

Si osserva il perdurare in 1 ed in 2 di uno stato di equilibrio termico con totale assenza di scambi termici.

**Figura 12.** Scambio termico tra due sistemi ed un terzo con parete di separazione diatermica



Di conseguenza si deduce:

$$T_1 = T_2$$

Si può a questo punto enunciare il *Principio zero della Termodinamica*:

“Se due sistemi sono in equilibrio termico con un terzo sistema, lo sono anche tra di loro ed hanno in comune la proprietà *temperatura*”.

$$\begin{aligned} T_1 = T_3 \\ T_2 = T_3 \end{aligned} \Rightarrow T_1 = T_2$$

Se il sistema 1 ed il sistema 2 sono in equilibrio termico con il sistema 3 si può scrivere:

$$T_1 = f(p_3, v_3)$$

$$T_2 = f(p_3, v_3)$$

In altre parole, le temperature dei sistemi 1 e 2 possono essere misurate in funzione delle variabili termodinamiche del sistema 3. Allo stesso modo, la temperatura di ogni altro sistema in equilibrio con il sistema 3 può essere misurata in funzione delle sue variabili termodinamiche. Il sistema 3 può pertanto essere usato come strumento di misura della temperatura (*termometro*) e le sue coordinate termodinamiche  $p_3$  e  $v_3$  sono dette variabili termometriche.

La misura della temperatura può essere effettuata con numerosi dispositivi, quali ad esempio i termometri a colonna di liquido, le termocoppie, le termoresistenze, i termistori, i circuiti integrati, la termografia etc...

La scelta fra un sistema o l'altro dipende da numerosi fattori, fra cui la sensibilità, la precisione di misura, il costo ed il tipo di analisi richiesta. Tra i sensori precedentemente menzionati, la termografia è l'unico strumento che consente una misura di tipo areale e non puntuale, ma presenta costi notevolmente superiori.

Nel caso di termometri a gas (variabili termometriche pressione e volume), una variabile termometrica è mantenuta costante e l'altra viene fatta variare: ad esempio, in un termometro a gas a pressione costante viene fatto variare il volume, mentre la pressione rimane costante; al contrario, in un termometro a gas a volume costante, la pressione varia mentre il volume rimane costante.

Quella delle due variabili che, di volta in volta, viene fatta variare, è la variabile termometrica del termometro in oggetto. Conoscendo la legge con cui tale grandezza varia in funzione della temperatura, si può costruire e tarare una opportuna scala di misura della temperatura in riferimento alle variazioni che essa subisce durante la misura.

Indichiamo adesso con  $x$  la generica variabile termometrica e definiamo, rispetto ad essa, la grandezza temperatura.

Scegliamo, tra tutte quelle possibili, la più semplice relazione tra la temperatura e la variabile termometrica:

$$T = a \cdot x$$

dove  $a$  è una costante.

Per definire  $T$ , nota  $x$ , si deve determinare il valore assunto da  $a$ . E' possibile farlo attraverso due metodi.

## *I METODO*

Il primo metodo prevede di fissare due punti di riferimento precisi e riproducibili in laboratorio, il primo denominato "punto di fusione normale" (PFN) ed il secondo "punto di ebollizione normale" (PEN).

Il PFN corrisponde alla condizione in cui acqua pura allo stato solido fonde alla pressione atmosferica, mentre il PEN fa riferimento alla condizione in cui acqua pura allo stato liquido vaporizza alla pressione atmosferica.

Poniamo inizialmente il termometro in un recipiente contenente acqua pura al punto di fusione normale. Indichiamo con  $x_g$  il valore assunto dalla variabile termometrica e con  $T_g$  il corrispondente valore della temperatura; il pedice  $g$  indica la condizione iniziale di ghiaccio. Si ha:

$$T_g = a \cdot x_g$$

Successivamente poniamo lo stesso termometro in un recipiente con acqua pura al punto di ebollizione normale ed indichiamo con  $x_v$  il valore assunto dalla variabile termometrica e con  $T_v$  il corrispondente valore della temperatura. In questo caso possiamo scrivere:

$$T_v = a \cdot x_v$$

Combinando le due relazioni si ottiene:

$$T_v - T_g = a \cdot (x_v - x_g)$$

$$T(x) = a \cdot x$$



Da cui si ottiene:

$$T_v - T_g = \frac{T(x)}{x} \cdot (x_v - x_g) \Rightarrow T(x) = \frac{T_v - T_g}{(x_v - x_g)} \cdot x$$

Per definire la scala di temperatura è necessario fissare, arbitrariamente, l'intervallo di ampiezza dell'unità di misura. Si stabilisce pertanto che la differenza  $T_v - T_g$  sia uguale a 100 e si ottiene:

$$T_v - T_g = 100 \Rightarrow T(x) = 100 \cdot \frac{x}{x_v - x_g}$$

Tra i vari tipi di strumenti di misura della temperatura con diverse variabili termometriche si è osservato sperimentalmente che il termometro a gas a volume costante soddisfa la condizione sinora ipotizzata di dipendenza lineare della temperatura dalla variabile termometrica. Questo risulta tanto più vero quanto più bassa è la pressione del gas (gas rarefatto). La temperatura del gas è cioè proporzionale alla sua pressione.

Per un termometro a gas a volume costante possiamo perciò scrivere:

$$T(p) = 100 \cdot \frac{p}{p_v - p_g} \quad (p: \text{pressione in un termometro a gas a volume costante});$$

Si pone a questo punto il problema della ripetitività della misura.

Il termometro a gas a volume costante, che prevede la pressione come variabile termometrica, si mostra ripetitivo nelle misure, indipendentemente dal tipo di gas scelto, tanto più quanto più bassa è la pressione di partenza del gas nel bulbo termometrico. Tale condizione si realizza ad esempio introducendo nel bulbo una piccola massa di gas, ottenendo un gas molto rarefatto. In una tale situazione i legami tra le molecole che compongono il gas risultano molto poco intensi; analogamente, le interazioni tra le particelle risultano estremamente deboli, in modo che esse sono quasi indipendenti le une dalle altre. Un gas di questo tipo si avvicina ad un modello di gas detto "*gas ideale o perfetto*", che viene adottato, come vedremo in seguito, per descrivere, con un margine di errore sufficientemente piccolo, il comportamento di molti gas reali. In ultima analisi possiamo affermare che il comportamento di un gas tende sempre più a quello di gas ideale quanto più bassa è la sua pressione. Adottando un termometro a gas ideale a volume costante, la definizione della temperatura diventa la seguente:

$$T = \lim_{p_{\text{gas}} \rightarrow 0} 100 \cdot \frac{P}{p_v - p_g} = 100 \cdot \lim_{p_{\text{gas}} \rightarrow 0} \frac{P}{p_v - p_g}$$

dove con  $p_{\text{gas}}$  si indica evidentemente la pressione del gas nel bulbo termometrico.

L'espressione scritta definisce la temperatura del termometro a gas ideale a volume costante che si misura in K.

La temperatura di fusione normale dell'acqua (PFN) a questo punto vale:

$$T_g = 100 \cdot \lim_{p_{\text{gas}} \rightarrow 0} \frac{p_g}{p_v - p_g} = 100 \cdot \lim_{p_{\text{gas}} \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{p_v}{p_g} - 1}$$

Le più accurate misure sperimentali di tale grandezza hanno prodotto il valore seguente:

$$T_g = 273,15K$$

Tale valore costituisce il punto di zero della scala centigrada o Celsius.

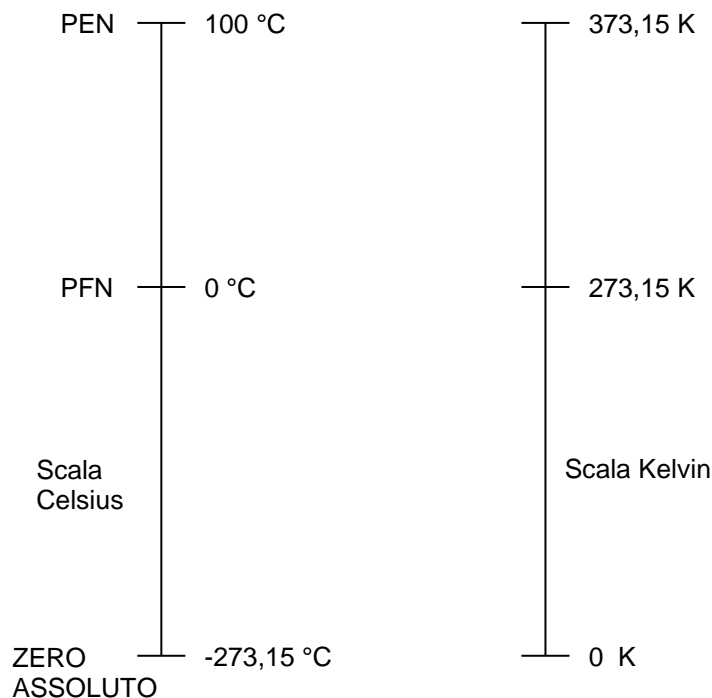
Naturalmente, è immediato determinare la temperatura dell'acqua in corrispondenza del punto di ebollizione normale (PEN):

$$T_v = T_g + 100 = 373,15 K$$

La scala centigrada prevede la stessa ampiezza del singolo grado rispetto a quella della scala Kelvin (vedi Figura 13), pertanto possiamo scrivere la seguente relazione:

$$t(^{\circ}C) = T(K) - 273,15$$

**Figura 13.** Scale termometriche Celsius e Kelvin



## II METODO

Il secondo metodo, in accordo con le indicazioni date nel 1954 dalla Conferenza Generale di Pesi e Misure, utilizza, per la determinazione della costante “a” nell’espressione:

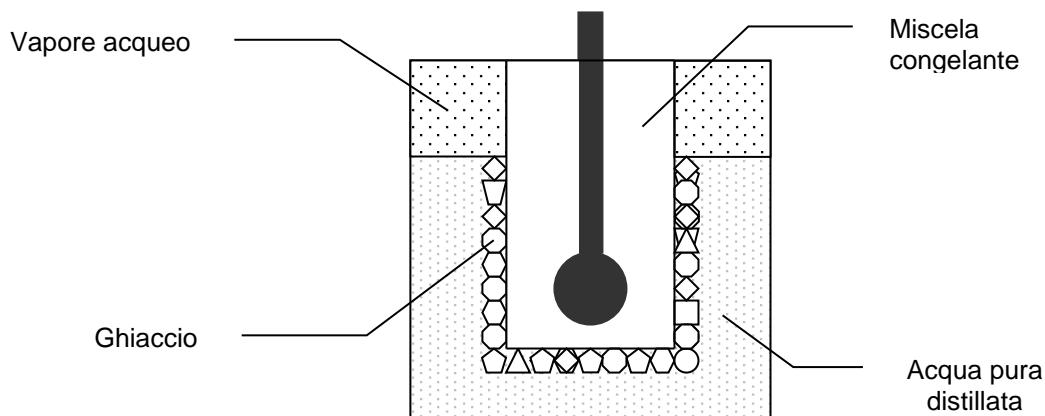
$$T(x) = a \cdot x$$

la conoscenza di un solo punto fisso riproducibile, il punto triplo dell’acqua  $P_T$ , stato di coesistenza della fase solida, di quella liquida e di quella gassosa.

Con riferimento alla figura 12, consideriamo un recipiente contenente acqua pura distillata con una cavità interna. Mediante una pompa da vuoto si estrae l’aria e si sigilla il recipiente. L’abbassamento della pressione provoca l’evaporazione di parte dell’acqua sul pelo libero del liquido. La pressione che si instaura è dunque dovuta al solo vapore acqueo e dipende dalla temperatura in cui si trova il sistema.

Nella cavità interna si pone una miscela congelante che provoca la formazione di uno strato di ghiaccio nel recipiente nella zona adiacente la cavità. Si inserisce, a questo punto, nella cavità, il bulbo di un termometro a gas. Poiché esso si trova ad una temperatura maggiore di quella della miscela congelante, cede al sistema una certa quantità di calore che provoca la fusione di un sottile strato di ghiaccio sulla parete. In questo modo si realizza la coesistenza delle fasi solida, liquida e di vapore, cioè lo stato termodinamico denominato punto triplo.

**Figura 14.** Punto triplo dell’acqua (coesistenza di stato solido, liquido e vapore)



Si fissa la temperatura del punto triplo come segue:

$$T_T = 273,16 \text{ K}$$

Se si indica con  $x_T$  il valore assunto dalla variabile termometrica in corrispondenza del punto triplo dell’acqua, si può scrivere:

$$T_T = a \cdot x_T \Rightarrow 273,16 = a \cdot x_T \Rightarrow a = \frac{273,16}{x_T}$$

$$T(x) = a \cdot x \Rightarrow T(x) = 273,16 \frac{x}{x_T}$$

Scegliendo anche in questo caso il termometro a gas a volume costante a comportamento ideale, si ha:

$$T(p) = 273,16 \cdot \lim_{p_{gas} \rightarrow 0} \frac{p}{p_T}$$

con ovvio significato dei simboli.

Quella scritta è l'attuale definizione operativa della temperatura, misurabile in K. Il Kelvin (K) risulta quindi definito come l'ampiezza di intervallo di temperatura pari alla frazione  $1/273,16$  della temperatura del punto triplo dell'acqua.

La pressione al valore di saturazione del punto triplo è  $p_T = 0,006 \text{ atm}$ .

Aumentando la pressione, diminuisce la temperatura di fusione.<sup>3</sup> Questa osservazione conferma che la scelta del valore della temperatura del punto triplo dell'acqua risulta in accordo con il valore della temperatura di fusione normale pari a  $273,15 \text{ K}$ , cioè  $0,01 \text{ K}$  inferiore alla  $T_T$ .

Il punto triplo dell'acqua è quindi pari a:

$$T_T = 273,16K$$

$$t_T = 0,01^\circ C$$

$$p_T = 0,006atm$$

---

<sup>3</sup> L'acqua è una delle pochissime sostanze il cui volume diminuisce durante un processo di fusione, di conseguenza un aumento della pressione favorisce la fusione abbassando la temperatura a cui si realizza.

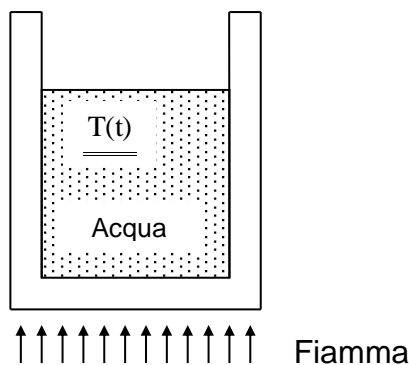
### **Regime stazionario o permanente e regime transitorio o variabile**

Si definisce “stazionario” un regime in cui le grandezze che influenzano il fenomeno rimangono costanti nel tempo. Al contrario, si definisce “transitorio”, “variabile” o “dinamico” un regime in cui tali grandezze variano in funzione del tempo.

- *Esempio di regime transitorio:*

Fenomeno di scambio termico tra una sorgente di calore (fiamma) ed un sistema termodinamico (acqua contenuta in un recipiente).

**Figura 15.** Esempio di regime transitorio



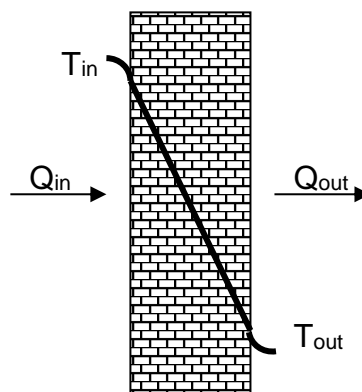
In seguito al calore ceduto dalla sorgente al sistema, la temperatura dell'acqua subisce continue variazioni nel tempo:

$$T = T(t)$$

- *Esempio di regime stazionario:*

Una parete sottoposta ad una differenza di temperatura è attraversata da un flusso termico ad essa proporzionale. Se il calore entrante equivale a quello uscente l'andamento termico all'interno della parete rimane costante nel tempo.

**Figura 16.** Esempio di regime stazionario



In un processo termodinamico in regime variabile, il comportamento del sistema è condizionato dalla sua CAPACITA' TERMICA, che si definisce come “la quantità di calore scambiata da un sistema durante una trasformazione per unità di variazione di temperatura”.

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad [\text{J/K}]$$

A rigore, poiché in un processo di scambio termico la temperatura di un corpo varia in modo non regolare, la capacità termica va definita con riferimento alle grandezze infinitesime:

$$C = \frac{dQ}{dT} \quad [\text{J/K}]$$

La capacità termica di un sistema esprime la sua inerzia termica: un sistema caratterizzato da un elevato valore della capacità termica offre una notevole resistenza a subire variazioni di temperatura in seguito ad uno scambio termico. In parole semplici, sarà necessario fornire una grossa quantità di calore ad un corpo di elevata capacità termica perché la sua temperatura aumenti di 1 K. Al contrario piccoli valori della capacità termica sono indici di una ridotta inerzia termica ed un corpo con tale caratteristica varia facilmente la sua temperatura se subisce un fenomeno di scambio termico.

Accanto alla grandezza estensiva si può definire, anche in questo caso, la corrispondente specifica, cioè intensiva, denominata “*calore specifico*”. Si definisce calore specifico di un sistema la quantità di calore necessaria all’unità di massa del sistema stesso per farle subire una variazione unitaria di temperatura.

$$c = \frac{dQ}{M \cdot dT} \quad [\text{J/kg K}]$$

Tra la capacità termica ed il calore specifico di un corpo esiste, ovviamente, la seguente relazione:

$$c = \frac{C}{M}$$

## I PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

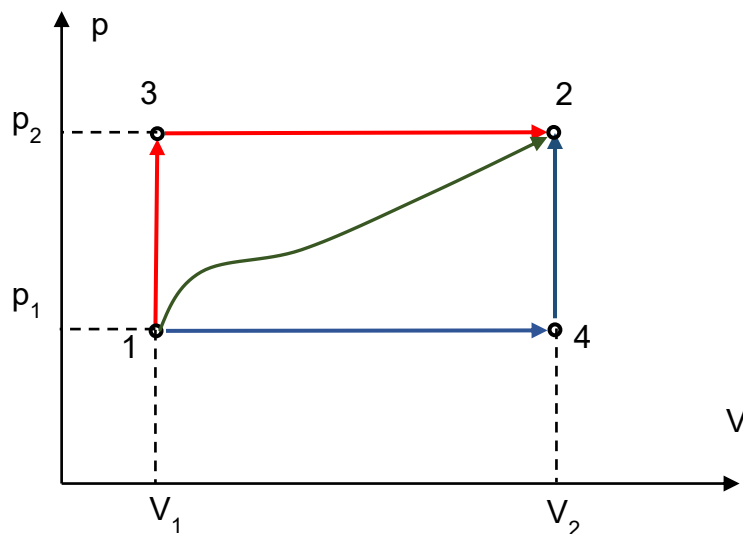
Quando un sistema termodinamico scambia energia termica o meccanica con l'esterno o con altri sistemi, compie una trasformazione; è proprio la possibilità di scambiare energia, infatti, che consente al sistema di modificare il suo stato termodinamico, dando vita ad un processo, durante il quale variano le sue grandezze di stato passando dai valori iniziali a quelli finali. L'entità di tale variazione è in relazione con le quantità di lavoro e/o calore scambiati.

Il I principio della Termodinamica, anche detto Principio di conservazione dell'energia, stabilisce che all'interno di una trasformazione le quantità di energia che sono messe in gioco devono complessivamente conservarsi. Per dimostrare questo proviamo a vedere cosa avviene all'interno di una trasformazione termodinamica.

In un sistema aperto, che è caratterizzato da flussi di massa in ingresso ed in uscita, sono possibili scambi di energia sia attraverso la superficie di contorno che attraverso le sezioni di ingresso e di uscita, mentre in un sistema chiuso gli unici scambi di energia possibili sono quelli che avvengono attraverso la superficie di contorno del sistema stesso.

Indipendentemente da questa differenza, possiamo considerare il comportamento di un sistema termodinamico durante un processo, rappresentandolo sul diagramma pressione Volume  $p$ - $V$  o di *Clapeyron* indicando con 1 il punto iniziale e con 2 quello finale. La trasformazione 1-2 può svolgersi secondo diversi percorsi, passando attraverso punti intermedi, come il 3 ed il 4, o direttamente.

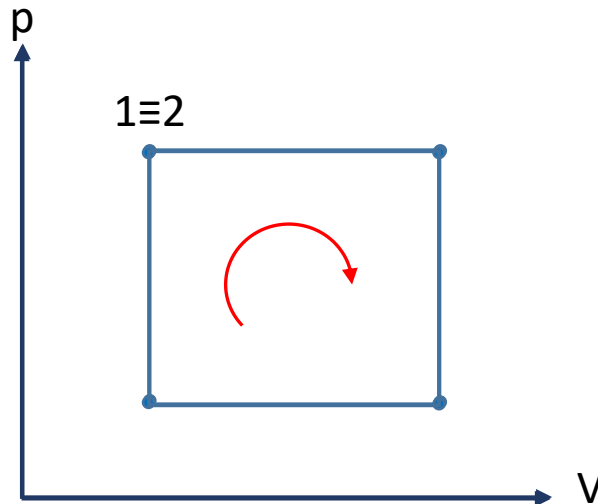
**Figura 17.** Diversi possibili percorsi per la trasformazione 1 → 2



Il tipo di percorso effettuato dipende dai diversi valori delle quantità di scambio (calore e lavoro) impiegate, ma, qualunque sia il percorso seguito, i valori di  $p$  e di  $V$ , nonché di tutte le altre grandezze di stato, variano allo stesso modo, per cui la pressione varia da  $p_1$  a  $p_2$  ed il volume da  $V_1$  a  $V_2$ . Se poi la trasformazione è di tipo ciclico (vedi Figura 18), con  $1 \equiv 2$ , le grandezze di stato non subiscono alcuna variazione essendo coincidenti gli stati iniziale e finale, mentre il lavoro ed il calore complessivamente scambiati risultano diversi da zero. Si può pertanto scrivere:

$$\oint dQ \neq 0 \quad \text{e} \quad \oint dL \neq 0$$

**Figura 18.** Trasformazione ciclica



Da osservazioni sperimentali si è dedotto però che, in una trasformazione ciclica, c'è uguaglianza tra la somma algebrica di tutte le quantità di calore scambiate e la somma algebrica di tutte le quantità di lavoro scambiate:

$$\oint dQ = \oint dL \Rightarrow \oint d(Q - L) = 0$$

Dall'equazione scritta si deduce che, mentre le quantità di calore e di lavoro nette scambiate in una trasformazione ciclica risultano diverse da zero, la loro differenza si annulla e la quantità  $d(Q-L)$  costituisce un differenziale esatto. Se  $d(Q-L)$  è un differenziale esatto esiste una funzione potenziale  $E$  che rappresenta la sua primitiva, per cui, all'interno di una trasformazione definita, si può scrivere la seguente relazione:

$$dQ - dL = dE \Rightarrow \int_1^2 d(Q - L) = E_2 - E_1$$

Possiamo pertanto affermare che, mentre  $dQ$  e  $dL$  rappresentano quantità di calore e di lavoro infinitamente piccole e non differenziali esatti, la loro differenza è un differenziale esatto la cui primitiva è una grandezza di stato.

In altre parole il I Principio della Termodinamica afferma che, mentre il calore ed il lavoro scambiati lungo una trasformazione sono diversi tra loro e dipendono strettamente dal tipo di trasformazione seguita, la loro differenza equivale alla variazione di una grandezza di stato, dunque non dipende dalla trasformazione effettuata ma solo dai suoi punti iniziale e finale.

Tale grandezza, essendo ottenuta dalla somma algebrica di forme di energia, non può che rappresentare una grandezza energetica che caratterizza il sistema e viene detta energia totale del sistema, somma dell'energia interna e delle energie cinetica e potenziale del sistema a livello macroscopico.

Si può pertanto scrivere:



$$dE = dE_c + dE_p + dU \Rightarrow dQ - dL = dE_c + dE_p + dU$$

essendo:

$E_c$ : energia cinetica del sistema;

$E_p$ : energia potenziale del sistema;

$U$ : energia interna del sistema.

Nei problemi inerenti le trasformazioni termodinamiche oggetto di questo corso le variazioni di energia cinetica e potenziale che caratterizzano i sistemi sono sempre trascurabili rispetto alla variazione di energia interna, per cui si perviene alla seguente espressione del I Principio:

$$dU = dQ - dL$$

La corrispondente espressione valida per le grandezze specifiche vale di conseguenza:

$$du = dq - dl$$

mentre le espressioni in forma finita assumono la forma seguente:

$$\int_1^2 d(Q - L) = U_2 - U_1 \Rightarrow \Delta Q - \Delta L = \Delta U \quad \text{e} \quad \int_1^2 d(q - l) = u_2 - u_1 \Rightarrow \Delta q - \Delta l = \Delta u$$

Le relazioni scritte hanno validità generale, in particolare non dipendono dal tipo di sistema, chiuso o aperto, che compie le trasformazioni, salvo ricordare che mentre in un sistema aperto sono possibili flussi di massa e gli scambi di energia possono avvenire sia attraverso ingressi ed uscite, che attraverso la superficie di contorno del sistema, i sistemi chiusi sono caratterizzati da massa costante e gli scambi di energia possono aver luogo solo attraverso la superficie di contorno del sistema considerato.

### ***Applicazioni del I principio a trasformazioni notevoli***

Proviamo ora ad applicare le espressioni scritte del I Principio ad alcune trasformazioni tipiche con caratteristiche di reversibilità facendo riferimento ad una massa di gas che evolve all'interno di un sistema cilindro pistone, potendo effettuare espansioni o compressioni a seconda del movimento del pistone.

Possiamo scrivere, con riferimento alla generica trasformazione 1-2:

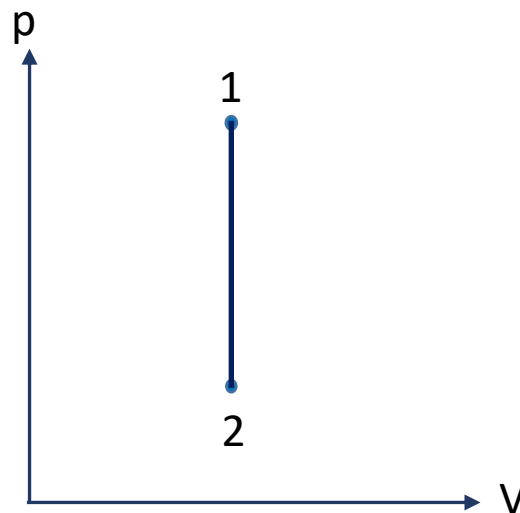
$$L_{12} = \int_1^2 p \cdot dV$$

$$l_{12} = \int_1^2 p \cdot dv$$

In generale non è nota la relazione  $p = p(V)$  che permette di risolvere l'integrale in questione e di calcolare, così, il lavoro scambiato, se non in alcuni casi notevoli, quali i seguenti:  
 Processo ISOCORO

Il caso più semplice è quello di un processo a volume costante, caratterizzato da  $dv = 0$ . Su un diagramma p-v tale trasformazione è rappresentata da un segmento perpendicolare all'asse delle ascisse, come illustrato in Figura 19

**Figura 19.** Trasformazione isocora



In tale processo, detto "isocoro", si ha:

$$dV = 0 \Rightarrow dL = p \cdot dV = 0$$

$$L_{12} = \int_1^2 p \cdot dV = 0$$

Dall'espressione del I Principio, possiamo scrivere:

$$dQ = dU + dL$$

$$dL = 0 \Rightarrow dQ = dU \Rightarrow Q_{1,2} = U_2 - U_1$$

In termini specifici:

$$q_{1,2} = u_2 - u_1$$

Dunque, in una trasformazione isocora, il lavoro scambiato è nullo ed il calore scambiato equivale sempre alla differenza dei valori assunti dall'energia interna del sistema. Questo significa che, ogniqualvolta un sistema compie una trasformazione a volume costante, il calore che gli viene somministrato o sottratto si trasforma tutto in variazione di energia interna e tale variazione si traduce in una modificazione corrispondente di temperatura se il calore è sensibile, mentre produce un cambiamento di stato se è latente.

### Processo ISOBARO

Il processo isobaro è caratterizzato da un valore costante della pressione, per cui si ha:

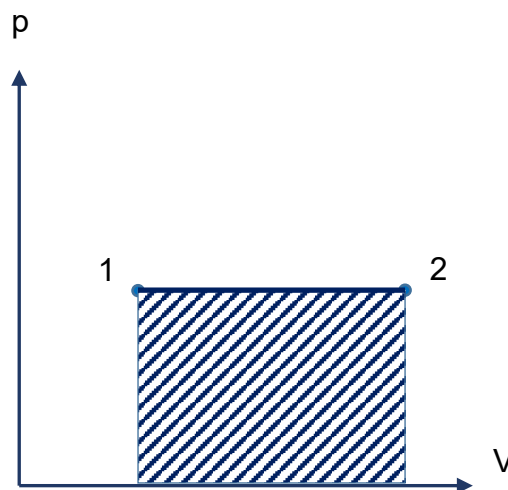
$$p = \text{cost.} \Rightarrow L_{12} = \int_1^2 p \cdot dV = p \cdot \int_1^2 dV = p(V_2 - V_1)$$

e analogamente:

$$l_{12} = \int_1^2 p \cdot dv = p \cdot (v_2 - v_1)$$

Sul diagramma p-v la trasformazione isobara è rappresentata da un segmento orizzontale perpendicolare all'asse delle ordinate, come illustrato in Figura 20

**Figura 20.** Trasformazione isobara



Dall'espressione del I Principio si ha:

$$dQ = dU + dL$$

$$L_{1,2} = p \cdot (V_2 - V_1) \Rightarrow Q_{1,2} = U_2 - U_1 + p \cdot (V_2 - V_1)$$

e allo stesso modo:

$$q_{1,2} = u_2 - u_1 + p \cdot (v_2 - v_1)$$

Introduciamo a questo punto una nuova grandezza di stato, detta ENTALPIA, che si indica con il simbolo H ed è definita nel modo seguente:

$$H = U + pV$$

L'analisi dimensionale della relazione scritta ci dice che l'entalpia è una forma di energia. Infatti è somma di due termini che hanno entrambi le dimensioni di una energia:  $U$  rappresenta l'energia interna ed il prodotto  $pV$  è ugualmente una grandezza energetica. Infatti:

$$[p] \cdot [V] = Pa \cdot m^3 = \frac{N}{m^2} \cdot m^3 = N \cdot m = J$$

Dunque l'entalpia  $H$  si misura in  $J$  ed è possibile naturalmente introdurre la corrispondente grandezza specifica, detta appunto entalpia specifica, data dall'entalpia per unità di massa del sistema:

$$h = \frac{H}{M} = u + pv$$

che si misura in  $J/kg$ .

Tenendo conto della definizione di entalpia, l'espressione del I principio in una trasformazione isobara diventa:

$$Q_{1,2} = U_2 - U_1 + p \cdot (V_2 - V_1) = H_2 - H_1 \quad \text{e} \quad q_{1,2} = u_2 - u_1 + p \cdot (v_2 - v_1) = h_2 - h_1$$

Dunque, in una trasformazione isobara, il calore scambiato equivale sempre alla variazione di entalpia del sistema.

In altre parole, il calore ceduto o sottratto ad un fluido lungo una trasformazione isobara va in parte ad aumentarne/diminuire il contenuto di energia interna, quindi di temperatura se di tipo sensibile, ed in parte si traduce in lavoro meccanico di espansione/compressione.

Entrambi questi effetti sono contenuti in un'unica grandezza, l'entalpia, che, di conseguenza, caratterizza il sistema dal punto di vista del suo contenuto sia di energia termica che meccanica. Un sistema ad elevato contenuto entalpico sarà dunque un sistema che, potenzialmente, ha la capacità sia di fornire calore che di produrre energia meccanica.

## **GAS IDEALI**

Quando la materia si presenta nello stato aeriforme è possibile operare una distinzione tra due configurazioni diverse, quella del gas e quella del vapore. La differenza sta nel fatto che mentre i vapori possono condensare ed assumere lo stato liquido, i gas si trovano in condizioni termodinamiche tali che questo passaggio non è naturalmente possibile. Tratteremo in questo capitolo, in modo particolare, del comportamento termodinamico dei sistemi gassosi, e, tra questi, di quelli a comportamento ideale, denominati appunto "gas ideali o perfetti".

Abbiamo già anticipato, a proposito della descrizione degli strumenti di misura della temperatura, che il termometro a gas a volume costante si mostra ripetitivo nelle misure, indipendentemente dal tipo di gas scelto, tanto più quanto più bassa è la pressione del gas nel bulbo termometrico, poiché in questo caso il comportamento del gas si avvicina ad un comportamento "ideale".

I gas ideali o perfetti costituiscono un modello fisico di riferimento, dunque non esistono in natura, ma consentono di descrivere il comportamento dei gas soggetti a scambi energetici, quindi a trasformazioni termodinamiche, con leggi semplici e di immediata applicazione. Le considerazioni deducibili da tali leggi sono applicabili ai gas reali di solito con buona approssimazione, crescente al crescere dello stato di rarefazione del gas, cioè sono tanto più applicabili quanto più bassi sono i valori della pressione del gas. Lo stato fisico che corrisponde ad un regime di pressione molto bassa è caratterizzato da forze e legami tra le particelle microscopiche costituenti il gas di entità molto piccola che le rende quasi indipendenti l'una dall'altra.

Il grado di errore commesso nel considerare perfetto o ideale un gas reale caratterizzato da un valore basso della pressione è tanto minore quanto più piccola è la sua massa molecolare e più elevata la sua temperatura. Molti gas di impiego comune, quali ossigeno  $O_2$ , Azoto  $N_2$ , Argon  $Ar$ , Neon  $Ne$ , o anche gas più pesanti come l'anidride carbonica  $CO_2$ , possono essere trattati come gas ideali commettendo degli errori, nella determinazione dei valori delle grandezze caratteristiche, che si mantengono di solito al di sotto dell'1 %. L'errore cresce quando aumenta la densità del gas, come avviene ad esempio nel caso del vapore acqueo negli impianti termici a vapore o dei refrigeranti all'interno degli impianti frigoriferi.

In modo particolare, il vapore d'acqua si può considerare con buona approssimazione un gas ideale, indipendentemente dalla temperatura, se la sua pressione risulta essere molto bassa ( $< 10$  kPa), mentre, al crescere di questa, l'errore commesso non è più trascurabile. Il vapore acqueo contenuto nell'aria che respiriamo (per questo detta aria umida) può essere trattato come un gas perfetto in tutte le applicazioni che riguardano il condizionamento civile, mentre non è da considerarsi tale, come già accennato, negli impianti termoelettrici a compressione di vapore dove la pressione è molto più elevata.

L'aria a temperatura ambiente si può considerare un gas ideale con errori inferiori all'1 % fino a pressioni inferiori a 25 atm.

Il comportamento dei gas ideali viene descritto da due leggi fra le variabili di stato, per questo dette I e II legge di stato.

## I LEGGE DI STATO

La prima legge di stato dei gas ideali mette in relazione le grandezze di stato fondamentali: pressione  $p$ , volume  $V$  e temperatura  $T$ .

Già nel XVII secolo Boyle (1662) osservò che, a temperatura costante, pressione e volume specifico di un gas rarefatto, a bassa densità, risultano essere inversamente proporzionali, mentre circa un secolo e mezzo più tardi Charles e Gay Lussac (1802) dimostrarono che, a basse pressioni, il comportamento dei gas è tale che il volume specifico risulta proporzionale alla temperatura assoluta.

A partire da queste considerazioni si può formulare nel modo seguente la I Legge di stato dei gas ideali:

$$p \cdot v = R \cdot T$$

in cui:

$p$ : pressione del gas (Pa);

$v$ : volume specifico del gas ( $\text{m}^3/\text{kg}$ );

$T$ : temperatura del gas (K);

$R$ : costante di proporzionalità del gas considerato ( $\text{J}/\text{kg K}$ )

L'equazione scritta è utilizzabile per determinare il valore di una delle grandezze di stato note le altre due e la costante del gas in oggetto. In altre parole è una legge di validità particolare, cioè applicabile solo in riferimento al gas considerato. Di seguito, in tabella 6, vengono riportati i valori della costante particolare in riferimento ad alcuni gas di uso comune.

Tabella 6

	R (kJ/kg K)
Argon	0,2081
Aria	0,2870
Azoto	0,2968
Elio	2,0769

Dalla precedente equazione si deduce:

$$p \cdot \frac{V}{M} = R \cdot T \Rightarrow p \cdot V = M \cdot R \cdot T$$

La massa  $M$  del gas è data dalla seguente espressione:

$$M = n \cdot \bar{M}$$

in cui:

$n$ : numero di moli del gas;

$\bar{M}$ : massa molare del gas (kg)

Il numero di moli (kilo-moli) di un gas indica il numero di grammomolecole (kilo-grammomolecole) che rappresentano, rispettivamente una quantità in grammi

(kilogrammi) -pari alla massa molecolare del gas in questione. Ad esempio, una molecola di vapore acqueo H<sub>2</sub>O è caratterizzata da una massa molecolare, somma delle masse atomiche delle singole specie, pari a 18 (1+1+16), quindi una grammomolecola di H<sub>2</sub>O è costituita da una massa pari a 18 g ed una kilo-grammomolecola da una massa pari a 18 kg di vapore acqueo. In altre parole una mole ed una kilo-mole rappresentano una massa di gas, rispettivamente pari a 18 g e 18 kg. All'interno di una mole è contenuto un numero fisso di atomi, espresso dal numero di Avogadro, pari a 6,022 10<sup>23</sup>, indipendentemente dal tipo di gas considerato.

Sostituendo nell'espressione precedente si ottiene:

$$p \cdot V = n \cdot \bar{M} \cdot R \cdot T$$

Il prodotto tra la massa molecolare e la costante del gas fornisce un valore costante qualunque sia il gas preso in considerazione e viene detto, per questo, costante universale dei gas ideali.

Si ha pertanto:

$$\bar{R} = \bar{M} \cdot R$$

dove:

$\bar{R}$  : costante universale dei gas ideali = 8314 J/kmole K

da cui si ottiene:

$$p \cdot V = n \cdot \bar{R} \cdot T$$

Scritta in questa forma, la I legge di stato ha validità universale, può cioè essere applicata qualunque sia il gas che compie la trasformazione, poiché in essa compare la costante universale dei gas che è indipendente dalle caratteristiche del gas in questione.

## II LEGGE DI STATO

La II legge di stato riguarda le grandezze di stato di carattere energetico, quali l'energia interna e l'entalpia, Essa afferma che l'energia interna di un gas ideale dipende solo dalla temperatura.

$$U = U(T)$$

Questa legge ha importanti conseguenze sui fenomeni di scambio termico dei gas ideali; infatti afferma implicitamente che, ogni volta che viene fatta variare l'energia interna di un gas ideale, a tale variazione corrisponde sempre una analoga e corrispondente variazione di temperatura. In particolare, se l'aumento di energia interna è determinato da una fornitura di calore a volume costante, il calore scambiato, che in questo caso si traduce tutto in aumento di energia interna (lavoro nullo), è certamente tutto sensibile, poiché determina in ultima analisi una variazione di temperatura. In altre parole possiamo ancora dire che un

gas ideale non potrà mai scambiare con una sorgente calore latente, non potendo in ogni caso cambiare di stato.

Ricordando la prima equazione di stato dei gas ideali e la definizione della grandezza entalpia, possiamo scrivere:

$$H = U + p \cdot V = U(T) + n \cdot \bar{R} \cdot T$$

In altre parole, l'entalpia, essendo somma di due grandezze che dipendono entrambe solo dalla temperatura è essa stessa funzione solo di questa grandezza. Questo vuol dire che, ad esempio in una trasformazione isobara in cui venga fornita una certa quantità di calore, poiché questa si traduce tutta in aumento di entalpia e lo stato entalpico è funzione solo della temperatura, a tale aumento corrisponde un analogo e corrispondente aumento di temperatura.

A questo punto è possibile studiare alcuni tipi di processi particolari all'interno dei quali si possono fare delle considerazioni valide solo per i gas ideali.

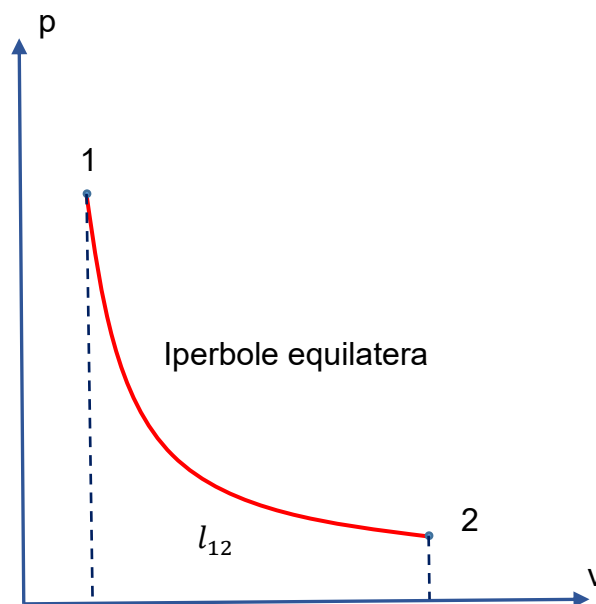
### Processo ISOTERMO DI UN GAS IDEALE

Una trasformazione isoterma è caratterizzata da un valore costante della temperatura del sistema durante l'intero processo.

$$T = \text{cost.} \Rightarrow p \cdot v = \text{cost.}$$

Sul piano p-v la trasformazione isoterma di un gas ideale è dunque rappresentata da una iperbole equilatera, come illustrato nella Figura 21.

**Figura 21.** Trasformazione isoterma di un gas ideale



Il lavoro specifico di espansione/compressione di un gas ideale in una trasformazione isoterma si può calcolare facendo ricorso alla I legge di stato dei gas ideali:



$$pv = RT \Rightarrow p = \frac{RT}{v}$$

$$l_{12} = \int_1^2 p \cdot dv = \int_1^2 \frac{RT}{v} \cdot dv = RT \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

In una trasformazione isoterma del resto si ha:

$$T = \text{cost.} \Rightarrow p_1 v_1 = p_2 v_2 \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

In definitiva:

$$l_{12} = RT \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = RT \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Se si vuole calcolare il corrispondente lavoro [J] scambiato lungo l'isoterma 1-2 basta moltiplicare l'espressione trovata per la massa del gas che evolve:

$$L_{12} = M \cdot l_{12} = M \cdot RT \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = n \cdot \bar{M} \cdot RT \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = n \cdot \bar{R}T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = n \cdot \bar{R}T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Dall'espressione del I principio, poiché in un gas ideale l'energia interna dipende solo dalla temperatura, a variazione nulla di temperatura (trasformazione isoterma) corrisponde variazione nulla di energia interna, per cui:

$$Q_{12} = L_{12} \quad \text{e} \quad q_{12} = l_{12}$$

cioè la quantità di calore scambiata equivale esattamente al lavoro scambiato. Ciò significa che: se ad esempio il gas ideale riceve calore lungo una trasformazione isoterma esso non subirà nessuna variazione di energia interna (l'energia non viene accumulata) ma sfrutterà tutta l'energia acquisita convertendola il lavoro meccanico di espansione. Infatti ad un calore positivo (entrante) corrisponde un lavoro positivo (uscite) di uguale valore.

### Processo POLITROPICO

La trasformazione politropica è di carattere generale ed è descritta dalla relazione  $pv^n = \text{cost.}$

Al variare di n la trasformazione diventa una di quelle notevoli già considerate:

- $n = 0 \rightarrow$  ISOBARA:  $p = \text{costante}$
- $n \rightarrow \infty \rightarrow pv^n = \text{costante} \Rightarrow p^{1/\infty} v = \text{costante} \Rightarrow v = \text{costante} \rightarrow$  ISOCORA
- $n = 1 \rightarrow pv = \text{costante} \rightarrow$  ISOTERMA del GAS IDEALE

Proviamo a calcolare il lavoro specifico scambiato in una politropica:

$$l_{12} = \int_1^2 p \cdot dv$$

in cui:

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n = p v^n = \text{cost.} \Rightarrow p = \frac{p_1 v_1^n}{v^n} = \frac{p_2 v_2^n}{v^n}$$

Sostituendo si ottiene:

$$l_{12} = \int_1^2 p \cdot dv = \int_1^2 \frac{p_1 v_1^n}{v^n} \cdot dv = \text{cost.} \cdot \int_1^2 \frac{dv}{v^n} = \text{cost.} \cdot \frac{v_2^{1-n} - v_1^{1-n}}{1-n}$$

La costante può valere sia  $p_1 v_1^n$  che  $p_2 v_2^n$  per cui si può assumere prima l'uno e poi l'altro valore nell'effettuare la moltiplicazione, ottenendo:

$$l_{12} = \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{1-n} = \frac{p_1 v_1}{1-n} \cdot \left( \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} - 1 \right)$$

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{n}} \Rightarrow l_{12} = \frac{p_1 v_1}{1-n} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{1-\frac{1}{n}} - 1 \right] = \frac{p_1 v_1}{1-n} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

### Processo ADIABATICO DI UN GAS IDEALE

Una particolare trasformazione politropica è quella che avviene senza alcuno scambio di calore tra il sistema e l'ambiente esterno. Quando riferita ad un gas ideale, essa è descritta da una relazione analoga a quella della politropica in cui però l'esponente assume il valore K pari al rapporto tra i calori specifici a pressione ed a volume costante.

$$p v^K = \text{costante}$$

$$\text{con } K = \frac{c_p}{c_v}$$

Per analogia con il processo politropico possiamo scrivere le seguenti espressioni del lavoro, tenendo conto che il lavoro di compressione viene solitamente espresso in funzione delle condizioni iniziali e del rapporto di compressione (p finale fratto p iniziale):

$$l_{12} = \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{1-K} \Rightarrow l_{12} = \frac{p_1 v_1}{1-K} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{1-\frac{1}{K}} - 1 \right] = \frac{p_1 v_1}{1-K} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right]$$

### Definizione di $c_p$ e $c_v$

In un sistema è possibile definire più valori del calore specifico in funzione del tipo di trasformazione seguita. Ricordando la definizione di calore specifico:

$$c = \frac{dq}{dT}$$

è evidente che il suo valore dipende dalle modalità con cui viene scambiato il calore lungo la trasformazione considerata.

Ad esempio, se il sistema segue un processo isoterma, con  $dT = 0$ , sarà caratterizzato da un calore specifico infinito, che in termini fisici sta ad indicare la necessità di fornire ad esso una quantità di calore infinita per modificare la sua temperatura di 1 K.

In altre parole, lungo una trasformazione isoterma, qualunque sia la quantità di calore fornita al sistema, la sua temperatura resta invariata.

Al contrario, lungo una trasformazione adiabatica, con  $dQ = 0$ , il calore specifico risulta ovviamente nullo, essendo nulla la quantità di calore scambiata dal sistema.

Lungo i vari processi il sistema presenta valori finiti del calore specifico, ma ciascuno diverso dagli altri, in funzione del tipo di trasformazione seguita.

Se, in particolare, consideriamo un processo isocoro, possiamo definire in riferimento ad esso il valore del calore specifico a volume costante nel modo seguente:

$$c_v = \left( \frac{dq}{dT} \right)_v$$

Se il processo è reversibile, il calore scambiato coincide con la variazione di energia interna del sistema:

$$c_v = \frac{du}{dT} \quad 4$$

La relazione  $c_v = \frac{du}{dT}$ , ricavata in un processo isocoro, per un gas ideale assume validità generale indipendentemente dal tipo di trasformazione seguita.

In altre parole, se il sistema è costituito da un gas ideale, possiamo sempre scrivere:

$$du = c_v \cdot dT \quad 5$$

---

<sup>4</sup> A rigore, il calore specifico non è dato dalla derivata totale dell'energia interna specifica rispetto alla temperatura. Infatti l'energia interna è una grandezza di stato, funzione di due altre grandezze di stato, ad esempio temperatura e volume specifico:  $u = u(T,v)$ , per cui la sua variazione rispetto alla temperatura andrebbe scritta sotto forma di derivata parziale ottenendo:  $c_v = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$ . Nei gas ideali però, essendo l'energia interna specifica funzione della sola temperatura, si può usare la notazione che prevede la derivata totale.

<sup>5</sup> Infatti:  $u = u(T, v) \Rightarrow du = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \cdot dT + \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T \cdot dv = c_v \cdot dT + \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T \cdot dv$ , ma essendo il gas ideale, il secondo termine della somma è nullo da cui l'espressione indicata nella formula.

Se invece consideriamo un processo isobaro, possiamo definire analogamente a prima il valore del calore specifico a pressione costante:

$$c_p = \left( \frac{dq}{dT} \right)_p$$

In particolare, se il processo è reversibile, il calore scambiato coincide con la variazione di entalpia del sistema:

$$c_p = \frac{dh}{dT} \quad 6$$

La relazione  $c_p = \frac{dh}{dT}$ , ricavata per un gas ideale in un processo isobaro, assume validità generale indipendentemente dal tipo di trasformazione seguita.

In altre parole, se il sistema è costituito da un gas ideale, possiamo sempre scrivere:

$$dh = c_p \cdot dT \quad 7$$

Per i gas ideali è possibile ricavare una relazione tra il  $c_p$  ed il  $c_v$ , ricorrendo alla definizione dell'entalpia:

$$h = u + pv \Rightarrow dh = du + d(pv) \Rightarrow c_p \cdot dT = c_v \cdot dT + R \cdot dT \Rightarrow c_p = c_v + R$$

Per cui l'esponente K dell'adiabatica di un gas ideale, dato dal rapporto tra il calore specifico a pressione costante e quello a volume costante, è sempre maggiore di 1.

Pertanto in un diagramma p-v l'adiabatica di un gas ideale è rappresentata da una curva con una inclinazione più accentuata rispetto all'isoterma, come illustrato in figura 22.

---

<sup>6</sup> Analogamente a quanto detto a proposito dell'energia interna, a rigore, il calore specifico a pressione costante non è dato dalla derivata totale dell'entalpia specifica rispetto alla temperatura, essendo:  $h = h(T,p)$ , per cui la sua variazione rispetto alla temperatura andrebbe scritta sotto forma di derivata parziale ottenendo:

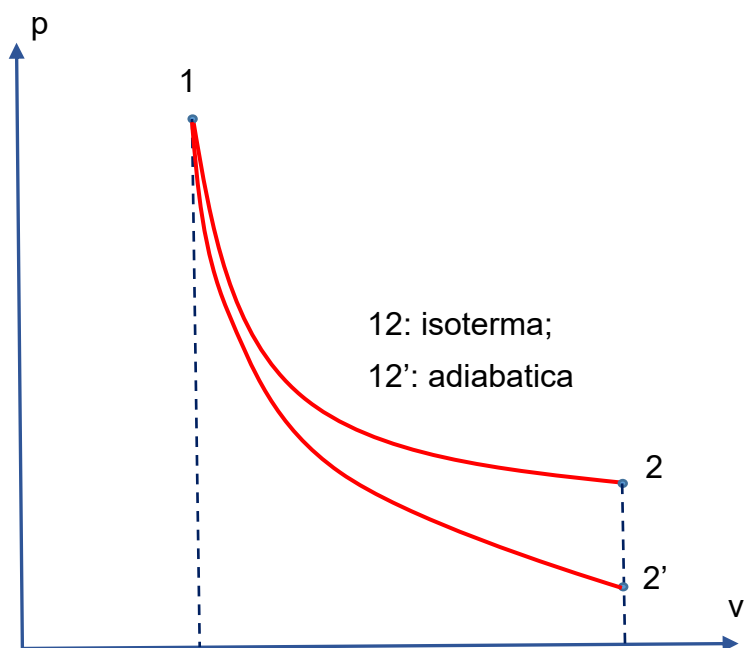
$c_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$ . Nei gas ideali però, essendo l'entalpia specifica funzione della sola temperatura, si può usare

la notazione che prevede la derivata totale.

<sup>7</sup> Infatti:  $h = h(T, p) \Rightarrow dh = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \cdot dT + \left( \frac{\partial h}{\partial p} \right)_T \cdot dp = c_p \cdot dT + \left( \frac{\partial h}{\partial p} \right)_T \cdot dp$ , ma, essendo il gas ideale,

il secondo termine della somma è nullo da cui l'espressione indicata nella formula.

**Figura 22.** Trasformazioni adiabatica ed isoterma di un gas ideale



Nei gas monoatomici, quali i gas nobili (es. Neon Ne, Elio He, Argon Ar...), valgono le seguenti relazioni:

$$c_v = \frac{3}{2} \cdot R \quad c_p = \frac{5}{2} \cdot R$$

essendo R la costante particolare del gas considerato.  
Di conseguenza si ha:

$$K = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}$$

Nei gas biatomici (es. Idrogeno H<sub>2</sub>, ossigeno O<sub>2</sub>, azoto N<sub>2</sub>...), valgono al contrario le relazioni seguenti:

$$c_v = \frac{5}{2} \cdot R \quad c_p = \frac{7}{2} \cdot R$$

E di conseguenza si ha:

$$K = \frac{c_p}{c_v} = \frac{7}{5}$$

## I PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA PER I SISTEMI APERTI

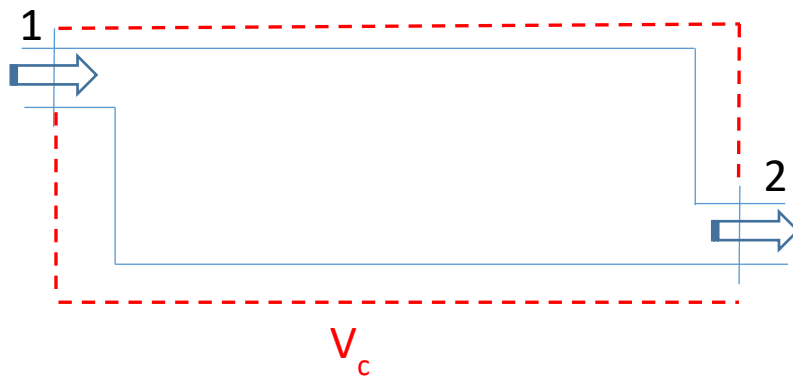
### Equazioni di bilancio di massa:

Come già chiarito in precedenza, un sistema aperto consente flussi di massa e di energia attraverso le sezioni di ingresso e di uscita e flussi di energia attraverso la sua superficie di contorno, al contrario dei sistemi chiusi che, essendo delimitati da pareti rigide senza parti mobili, possono essere interessati solo da scambi di energia attraverso le superfici di contorno.

Consideriamo ora alcune equazioni che descrivono analiticamente i bilanci di massa che interessano un sistema aperto.

Facciamo innanzitutto riferimento ad un sistema aperto che preveda, per semplicità, una sola sezione di ingresso (1) ed una di uscita (2), come quello rappresentato in figura 23.

**Figura 23.** Sistema aperto con una sezione di ingresso ed una di uscita



Consideriamo un fluido in movimento che costituisce il nostro sistema, delimitato dal volume di controllo individuato dalla superficie laterale del condotto e dalle sezioni di ingresso e di uscita 1 e 2. Supponiamo che all'interno del sistema non ci sia generazione di massa, fenomeno questo che del resto potrebbe verificarsi solo in presenza di reazioni nucleari in cui massa ed energia possono trasformarsi l'una nell'altra.

Consideriamo un tempo infinitamente piccolo  $dt$  all'interno del quale effettuare il bilancio di massa del sistema. In tale intervallo di tempo infinitesimo definiamo:

$dM_1$ : massa entrante attraverso la sezione 1;

$dM_2$ : massa uscente attraverso la sezione 2;

$M_v$ : massa del volume di controllo;

$dM_v$ : variazione infinitesima della massa contenuta all'interno del volume di controllo.

Possiamo scrivere:

$$dM_1 - dM_2 = dM_v$$

da cui:

$$\frac{dM_1}{dt} - \frac{dM_2}{dt} = \frac{dM_v}{dt}$$

ottenuta dividendo entrambi i membri per il dt.

Le grandezze che intervengono nel bilancio scritto sono delle portate, cioè masse per unità di tempo e si misurano in kg/s. In particolare  $dM_1/dt$  indica la portata entrante, mentre  $dM_2/dt$  indica la portata uscente. Al contrario la grandezza  $dM_v/dt$  indica la variazione di massa del sistema nell'unità di tempo.

In regime transitorio o variabile possiamo pertanto scrivere che la differenza tra la portata in entrata e quella in uscita equivale alla variazione di massa del sistema nell'unità di tempo. Per le portate si può utilizzare una simbologia che prevede l'apposizione del punto sopra la lettera utilizzata; con tale simbolismo l'equazione di bilancio diventa:

$$\dot{M}_1 - \dot{M}_2 = \frac{dM_v}{dt}$$

Se il sistema prevede n ingressi ed m uscite si ha:

$$\sum_{i=1}^n \dot{M}_i - \sum_{j=1}^m \dot{M}_j = \frac{dM_v}{dt}$$

con ovvio significato dei simboli.

Se il regime è permanente o stazionario, la massa del sistema non subisce variazioni nel tempo, per cui le due equazioni di bilancio scritte assumono la forma seguente:

$$\dot{M}_1 = \dot{M}_2$$

$$\sum_{i=1}^n \dot{M}_i = \sum_{j=1}^m \dot{M}_j$$

ossia in regime stazionario i flussi di massa in ingresso ed in uscita sono perfettamente equivalenti, per cui la portata assume lo stesso valore in qualunque sezione del tubo sia considerata.

Se indichiamo con  $\rho$  (kg/m<sup>3</sup>) la densità del fluido, possiamo mettere in relazione la portata in massa o massica con quella in volume o volumetrica. Quest'ultima può essere definita come il volume di fluido che attraversa una sezione nell'unità di tempo e si misura in m<sup>3</sup>/s. Vale la seguente relazione:

$$\dot{M} = \rho \cdot \dot{V}$$

Se il fluido è incomprimibile, quindi  $\rho$  è costante, e il regime stazionario, la portata in massa e quella in volume risultano entrambe costanti. Se poi si verifica il caso particolare che il sistema sia costituito da un fluido che percorre una tubazione a sezione costante con un solo ingresso ed una sola uscita, allora il valore costante della portata volumetrica comporta un valore costante della velocità di percorrenza del fluido. Infatti, indicando con A la sezione del condotto perpendicolare alla direzione di moto del fluido e con w la sua velocità, si può scrivere:

$$\dot{V} = A \cdot w$$

da cui si ricava che se  $A$  è costante anche  $w$  risulta tale.

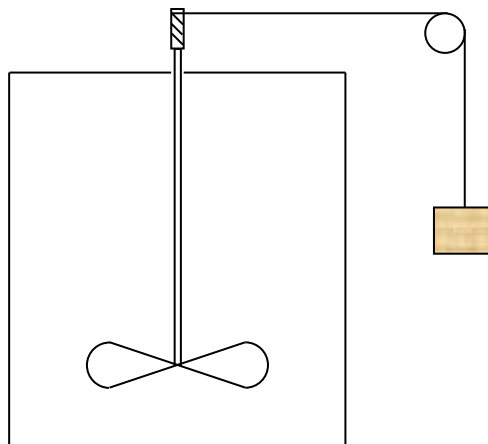
Al contrario, se si desidera far variare la velocità di percorrenza del fluido occorre far variare la sezione del condotto, aumentandola per far diminuire la velocità e diminuendola per accelerare il moto del fluido.

Riepilogando, possiamo affermare che, in regime stazionario, il moto di un fluido in un condotto è caratterizzato da un valore costante della portata massica; se il fluido è incomprimibile, ad esempio un liquido, questo comporta il valore costante anche della portata in volume, ed infine se la sezione del condotto è costante risulta costante anche la velocità con cui il fluido si muove nel condotto.

### **Definizione del lavoro tecnico o d'elica**

Supponiamo di considerare un sistema chiuso dotato di un albero con un'elica in grado di ruotare, mediante la quale possa scambiare lavoro con l'esterno come illustrato in figura 24.

**Figura 24.** Lavoro d'elica in un sistema chiuso

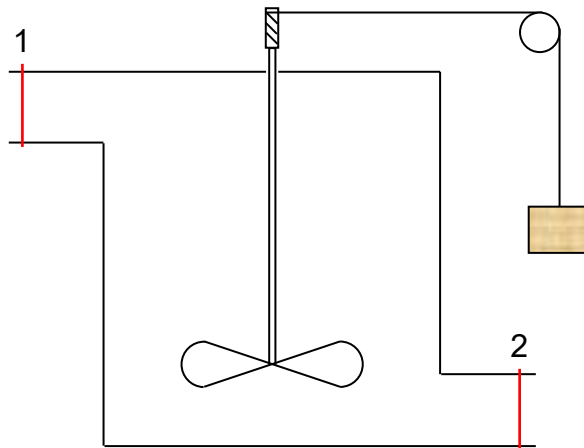


Se la massa si abbassa di una certa quota, ammesso di trascurare gli attriti tra la fune di sostegno e la puleggia, la sua variazione di energia potenziale si trasforma in energia cinetica di rotazione dell'albero, che compie, attraverso le pale dell'elica, un lavoro meccanico sul fluido contenuto nel serbatoio. Nei sistemi chiusi, questo tipo di lavoro, denominato "lavoro d'elica" o "lavoro tecnico", può solo essere trasferito dall'esterno al fluido e dunque, per la convenzione dei segni, risulta sempre negativo.

Se, al contrario, facciamo riferimento ad un sistema aperto quale quello rappresentato in Figura 25, che preveda, oltre l'albero, almeno una sezione di ingresso ed una di uscita, allora il lavoro tecnico può essere sia positivo che negativo, in quanto, come nel caso precedente, il fluido può subirlo (lavoro negativo) per l'abbassamento del peso o per un'altra causa che metta in moto l'albero, oppure può compierlo sull'esterno (lavoro positivo) azionando esso stesso l'albero mediante trasferimento di energia cinetica del suo moto alla girante.

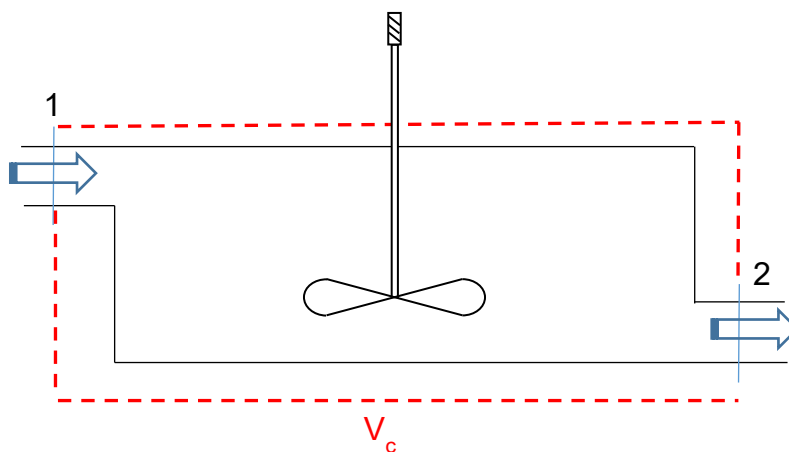


**Figura 25.** Lavoro d'elica in un sistema aperto



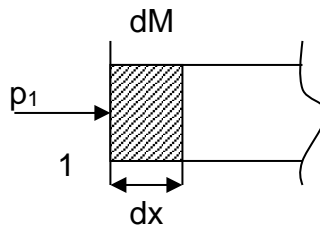
Essendo il sistema delimitato dal volume di controllo che si suppone si sviluppi tra le sezioni di ingresso e di uscita, se vogliamo valutare il lavoro scambiato dal sistema con l'esterno, dobbiamo considerare quello subito in corrispondenza della sezione di ingresso, dove una massa infinitesima di fluido è soggetta all'azione del fluido retrostante che la spinge ad entrare nel sistema e quello compiuto sull'esterno in corrispondenza della sezione di uscita dove la massa infinitesima esercita una spinta sull'esterno per poter uscire dal sistema (vedi Figura 26).

**Figura 26.** Lavori di ingresso e di uscita in un sistema aperto



Facendo riferimento alla sezione 1 di ingresso, consideriamo allora la massa  $dM$  che la attraversa, come illustrato in figura 27.

**Figura 27.** Massa entrante nella sezione di ingresso



Sia  $p_1$  la pressione del fluido che spinge la massa  $dM$  in ingresso,  $A$  l'area della sezione 1 e  $dx$  lo spazio infinitesimo percorso dal fluido nel tempo  $dt$ .

Il lavoro subito dal sistema può essere scritto nel modo seguente:

$$dL = p_1 \cdot A \cdot dx$$

Se adesso indichiamo con  $w_1$  la velocità del fluido in direzione perpendicolare alla sezione 1, avremo:

$$dx = w_1 \cdot dt$$

da cui:

$$dL = p_1 \cdot A \cdot dx = p_1 \cdot A \cdot w_1 \cdot dt = p_1 \cdot \dot{V}_1 \cdot dt$$

essendo  $\dot{V}_1$  la portata in volume in corrispondenza della sezione 1.

Se adesso indichiamo con  $v_1$  il volume specifico del fluido in 1 e con  $\dot{M}$  la sua portata in massa, si ha:

$$dL = p_1 \cdot \dot{V}_1 \cdot dt = p_1 \cdot \dot{M} \cdot v_1 \cdot dt = p_1 \cdot v_1 \cdot dM$$

essendo:

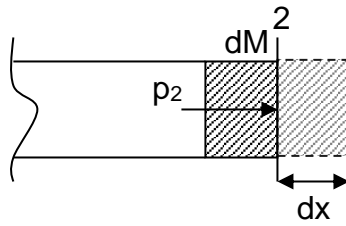
$$dM = \dot{M} \cdot dt$$

Dividendo per  $dM$  l'espressione trovata per il lavoro otteniamo un'espressione valida per il lavoro specifico che è la seguente:

$$l_1 = \frac{dL}{dM} = p_1 \cdot v_1$$

Consideriamo ora la sezione di uscita 2 e l'azione esercitata dalla massa infinitesima  $dM$  per uscire dal sistema, come illustrato in figura 28.

**Figura 28.** Massa uscente dalla sezione di uscita



Sia, in questo caso,  $p_2$  la pressione del fluido in corrispondenza della sezione di uscita 2,  $dx$  lo spazio infinitesimo percorso dal fluido nel tempo  $dt$  ed  $A$  l'area della sezione. Il lavoro compiuto dal sistema può essere scritto nel modo seguente:

$$dL = p_2 \cdot A \cdot dx$$

Se adesso indichiamo con  $w_2$  la velocità del fluido in direzione perpendicolare alla sezione 2, avremo:

$$dx = w_2 \cdot dt$$

da cui:

$$dL = p_2 \cdot A \cdot dx = p_2 \cdot A \cdot w_2 \cdot dt = p_2 \cdot \dot{V}_2 \cdot dt$$

con ovvio significato dei simboli.

Se  $v_2$  rappresenta il volume specifico del fluido in 2 ed  $\dot{M}$  la sua portata in massa, si ha, analogamente a quanto fatto per la sezione 1:

$$dL = p_2 \cdot \dot{V}_2 \cdot dt = p_2 \cdot \dot{M} \cdot v_2 \cdot dt = p_2 \cdot v_2 \cdot dM$$

Dividendo per  $dM$  l'espressione trovata si ricava il lavoro specifico in corrispondenza della sezione 2 che è il seguente:

$$l_2 = \frac{dL}{dM} = p_2 \cdot v_2$$

In un sistema aperto, dunque, il lavoro scambiato con l'esterno consta di tre termini: quello di pressione alle sezioni di ingresso e di uscita del fluido e quello d'elica o lavoro tecnico. Si può dunque scrivere:

$$l_{12} = p_2 v_2 - p_1 v_1 + l'_{12}$$

Riprendendo l'espressione del I Principio di validità generale si ha:

$$q_{12} = u_2 - u_1 + l_{12} = u_2 - u_1 + p_2 v_2 - p_1 v_1 + l'_{12}$$

Essendo:

$$h = u + p \cdot v$$

si ottiene:

$$q_{12} = h_2 - h_1 + l'_{12}$$

In termini infinitesimi, avremo:

$$dq = dh + dl'$$

Quella scritta è dunque l'espressione del I Principio applicabile ai sistemi aperti. Se la trasformazione ha carattere di reversibilità, si può scrivere l'equazione generalizzata del I Principio nel modo seguente:

$$dq = du + dl = du + p \cdot dv$$

Ma essendo:

$$p \cdot dv = d(p \cdot v) - v \cdot dp$$

si ha:

$$dq = du + d(p \cdot v) - v \cdot dp \Rightarrow dq = dh - v \cdot dp$$

che è l'espressione in forma entalpica del I Principio per trasformazioni reversibili. Nelle trasformazioni reversibili dunque il lavoro tecnico può essere espresso nel modo seguente:

$$l'_{12} = - \int_1^2 V \cdot dp$$

e analogamente:

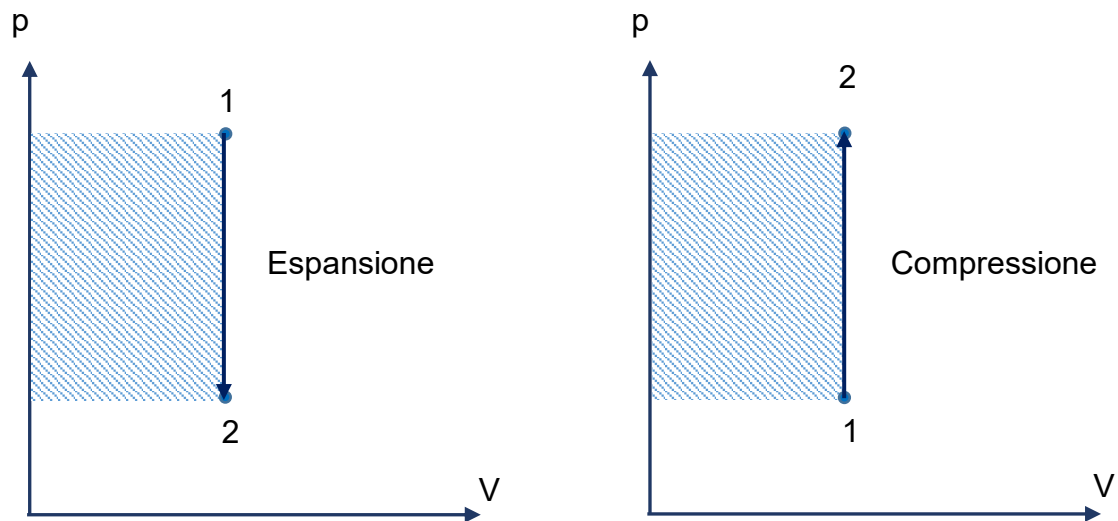
$$l'_{12} = - \int_1^2 v \cdot dp$$

Consideriamo a questo punto il valore assunto dal lavoro tecnico in alcune trasformazioni reversibili notevoli.

### *Processo ISOCORO*

Consideriamo una trasformazione di un sistema aperto dotato di albero che avvenga a volume costante. Su un diagramma p-v tale trasformazione è rappresentata da un segmento perpendicolare all'asse delle ascisse (vedi Figura 29).

**Figura 29.** Trasformazione isocora in un sistema aperto dotato di albero



In un processo isocoro, si ha:

$$dV = 0 \Rightarrow dL = p \cdot dV = 0 \Rightarrow L_{12} = \int_1^2 p \cdot dV = 0$$

Il lavoro complessivamente scambiato dal sistema con l'esterno è nullo. Allo stesso modo è possibile calcolare il lavoro tecnico con l'espressione seguente:

$$L'_{12} = -\int_1^2 V \cdot dp = -V(p_2 - p_1) = V(p_1 - p_2)$$

Il lavoro tecnico è dunque dato dalla differenza tra i valori dell'energia di pressione che possiede il fluido in ingresso ed in uscita. Con riferimento alla figura 26, se  $p_1 > p_2$  (*espansione*), allora il lavoro tecnico è positivo; questo significa che il fluido sta esercitando un'azione sulle pale dell'albero trasferendo ad esse parte della sua energia di pressione. Al contrario, se  $p_1 < p_2$  (*compressione*), il lavoro tecnico risulta negativo ed evidentemente, in questo caso, è il fluido che subisce un'azione da parte dell'albero attraverso la sua girante azionata da un motore esterno.

Graficamente, il lavoro tecnico è dato dall'area sottesa dalla trasformazione 1-2 sul verso positivo dell'asse delle pressioni. Si sottolinea che il sistema che ha per ordinate i volumi e per ascisse le pressioni (ruotato di  $90^\circ$  nella figura 29) risulta essere sinistrorso. La presenza del segno - nell'espressione del lavoro tecnico giustifica l'interpretazione grafica data.

### Processo ISOBARO

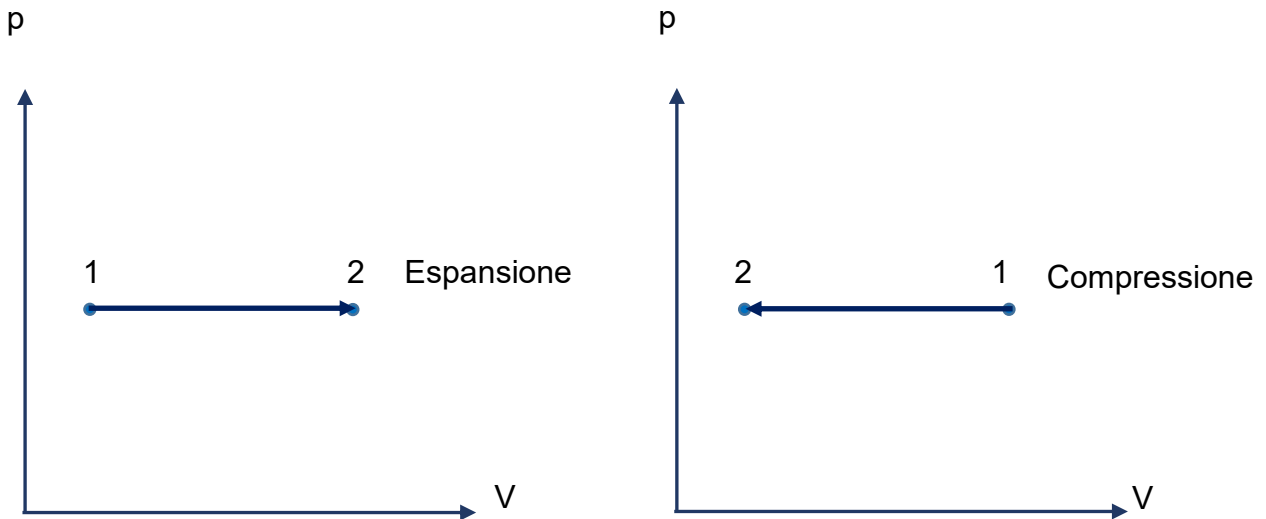
In un processo isobaro, caratterizzato dal valore costante della pressione, si ha:

$$p = \text{cost.} \Rightarrow L_{12} = \int_1^2 p \cdot dV = p \cdot \int_1^2 dV = p(V_2 - V_1)$$

E, per ciò che riguarda il lavoro tecnico:

$$L'_{12} = -\int_1^2 V \cdot dp = 0$$

**Figura 30.** Trasformazione isobara in un sistema aperto dotato di albero



In altre parole, il lavoro tecnico è nullo, per cui tutto il lavoro scambiato con l'esterno dal sistema coincide con la differenza tra le energie di pressione del fluido in ingresso ed in uscita. Si ha infatti:

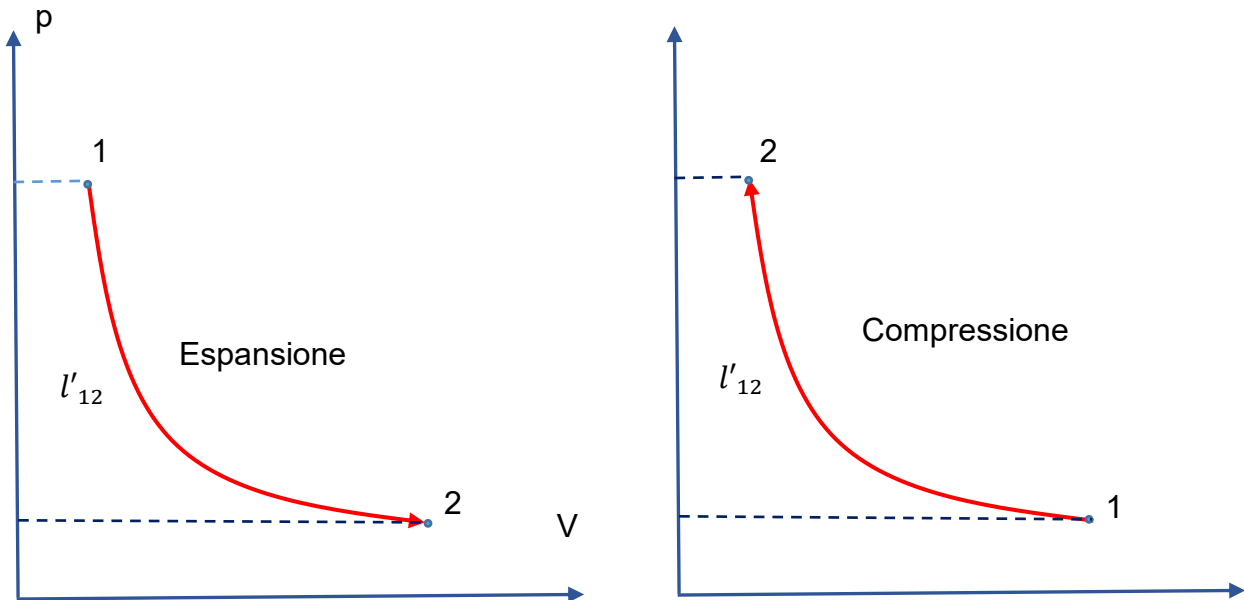
$$l_{12} = p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1 + l'_{12}$$

Ma:

$$l'_{12} = 0 \Rightarrow l_{12} = p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1 = p \cdot (v_2 - v_1)$$

Processo ISOTERMO per un gas ideale

**Figura 31.** Trasformazione isoterma di un gas ideale in un sistema aperto dotato di albero



In una trasformazione a temperatura costante, si ha:

$$l'_{12} = -\int_1^2 v \cdot dp = -\int_1^2 \frac{R \cdot T}{p} \cdot dp = -R \cdot T \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} = R \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = R \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

che è la stessa espressione trovata in precedenza per il lavoro complessivamente scambiato da un gas ideale con l'esterno. Questo vuol dire che in una trasformazione isoterma di un gas ideale in un sistema aperto, lavoro tecnico e lavoro globale coincidono, cioè:

$$l_{12} = l'_{12} \Rightarrow p_2 \cdot v_2 = p_1 \cdot v_1$$

come del resto si deduce anche dall'equazione di stato dei gas ideali, imponendo  $T =$  costante.

Anche in questo caso, facendo riferimento alla figura 31, se  $p_1 > p_2$  (*espansione*), allora il lavoro tecnico è positivo, quindi il fluido esercita un'azione sulle pale dell'albero, mentre, se  $p_1 < p_2$  (*compressione*), il lavoro tecnico risulta negativo, quindi il fluido subisce un'azione da parte della girante dell'albero messo in moto dall'esterno.

## **II PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA**

Il I Principio della Termodinamica è anche detto *Principio di conservazione dell'energia*: esso fissa l'equivalenza formale fra le due forme di energia, calore e lavoro, senza porre alcuna limitazione alla possibilità di effettuare processi in cui una venga trasformata nell'altra o viceversa.

In altre parole, il I Principio non è contraddetto dall'ipotesi di una trasformazione in cui tutto il calore disponibile venga trasformato in lavoro meccanico, oppure in cui del calore passi spontaneamente da una sorgente ad una certa temperatura ad una a temperatura più elevata. L'esperienza pratica ci mostra che, al contrario, l'effettuazione di tali processi di trasformazione presenta limiti ben precisi: infatti, se costruiamo una macchina termica, cioè una macchina in grado di trasformare ciclicamente calore in lavoro, tale trasformazione non è mai completa, ed una parte del calore disponibile non può essere mai trasformata in lavoro. Allo stesso modo il calore passa spontaneamente sempre e solo da una sorgente ad un'altra a più bassa temperatura.

Il II Principio, anche detto *Principio della degradazione dell'energia*, pur rispettando l'equivalenza dimensionale fra le due forme di energia espressa dal I Principio, introduce delle limitazioni alla possibilità di effettuare le trasformazioni energetiche calore-lavoro e viceversa. Esso cioè introduce la non equivalenza operativa tra energia termica e meccanica.

Del II Principio formuliamo i seguenti due enunciati:

*Enunciato di CLAUSIUS:*

“E' impossibile costruire una macchina che operi secondo un processo ciclico il cui unico effetto sia quello di trasferire il calore da un corpo ad una certa temperatura ad uno a temperatura più elevata”.

In effetti, il calore passa spontaneamente solo nella direzione in cui le temperature decrescono, cioè da un corpo più caldo ad uno più freddo. Per ottenere il risultato inverso è necessario spendere dell'energia, cioè fornire energia meccanica dall'esterno al sistema, ma in questo modo il trasferimento di energia termica dalla sorgente più fredda a quella più calda non è l'unico effetto. E' quello che avviene nelle macchine frigorifero. Si vedrà che l'enunciato di Clausius del II Principio sta alla base del funzionamento di questo tipo di macchine denominate macchine operatrici o a ciclo inverso.

*Enunciato di KELVIN-PLANK:*

“E' impossibile costruire una macchina che operi secondo un processo ciclico il cui unico effetto sia quello di trasformare in lavoro tutto il calore disponibile da una sorgente a temperatura uniforme e costante nel tempo”.

In effetti, ogni volta che si costruisce una macchina in grado di trasformare calore in lavoro, tale trasformazione non è mai completa: si pensi al calore non sfruttato in una automobile e gettato via con i gas di scarico, oppure ad una centrale termoelettrica dove il calore proveniente dalla combustione del combustibile a disposizione viene solo in parte trasformato in energia meccanica e poi in energia elettrica, mentre, in notevole parte, viene gettato via ad una sorgente a più bassa temperatura come calore residuo.

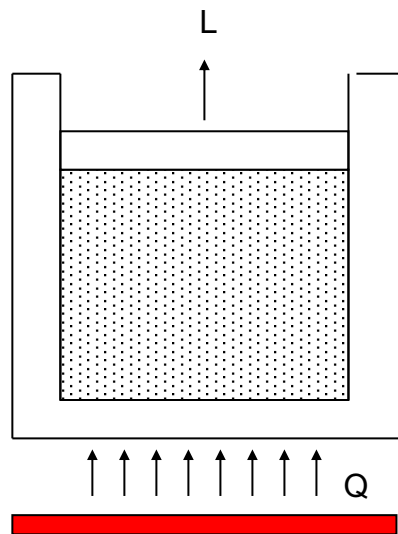
L'enunciato di Kelvin Plank del II Principio è in effetti quello che sottende alla realizzazione delle macchine termiche, dette macchine motrici o a ciclo diretto. Per il II Principio, secondo



l'enunciato di Kelvin Plank, per costruire una macchina termica, è dunque sempre necessario avere a disposizione due sorgenti a diversa temperatura.

Il processo che avviene all'interno di un sistema cilindro-pistone in cui, come nello schema di Figura 32, venga fornito calore al gas interno e questo, in totale assenza di attrito o di altri fenomeni dissipativi, si trasformi completamente in lavoro di espansione del pistone, solo apparentemente contraddice il II Principio in quanto una tale operazione è, al limite e teoricamente, eseguibile una volta sola e non può mai assumere un carattere ciclico; è quello che avviene in una trasformazione di espansione isoterma di un gas ideale.

**Figura 32.** Trasformazione di calore in lavoro in un processo isoterma



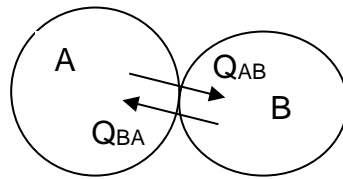
### ***Processi reversibili ed irreversibili***

Ogni processo fisico reale è irreversibile, cioè presenta le seguenti caratteristiche:

- Nello svolgimento del processo spontaneo (diretto) diminuisce la possibilità di ottenere l'effetto voluto (es. trasformazione tra due forme di energia);
- Per ristabilire le condizioni iniziali attraverso un processo inverso è necessario compiere un'azione, cioè spendere energia dall'esterno (effetto esterno);
- Il compimento dei due processi (diretto ed inverso) lascia traccia di sé nell'ambiente circostante.

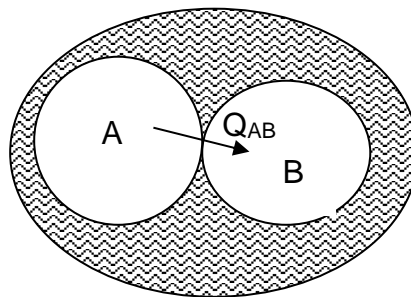
Ad esempio, se osservo un processo di trasferimento di calore dal corpo A al corpo B, come mostrato in Figura 33, con  $T_A > T_B$ , man mano che esso si svolge, diminuisce la differenza di temperatura ( $T_A - T_B$ ) cioè la potenzialità di trasferimento del calore (il motore del processo diretto). Per far avvenire il processo inverso (calore trasferito da B ad A), è necessario intervenire dall'esterno con una spesa energetica. E' proprio questa la traccia lasciata nell'ambiente dal doppio processo (diretto + inverso).

**Figura 33.** Scambio di calore tra due sistemi A e B (processo diretto e inverso)



In altre parole c'è una ripercussione all'esterno dello scambio che avviene tra A e B, (il fenomeno non è un fatto privato tra i corpi A e B). Infatti, se rendessi isolato tutto il sistema, il processo inverso non potrebbe mai avvenire (cfr. Figura 34).

**Figura 34.** Scambio di calore tra due sistemi A e B (processo diretto)



Le cause della irreversibilità sono da ricercarsi in due ragioni:

1. ogni processo è causato da un certo squilibrio (chimico, termico, meccanico);
2. in ogni processo esistono sempre effetti dissipativi (es: attrito, resistenza elettrica, anelasticità...). L'energia dissipata deve essere reintegrata dall'esterno (effetto esterno) per riprodurre le condizioni iniziali.

Per rendere reversibile un processo bisognerebbe eliminare le due cause suddette, dando luogo però alle condizioni per un processo ideale e non reale.

Ad esempio, per rendere reversibile uno scambio termico bisognerebbe far tendere a zero il  $\Delta T$  creando le condizioni perché esso possa indifferentemente avvenire in un verso o nell'altro (reversibilità). Ovviamente una tale situazione è ideale poiché, al tendere a zero del  $\Delta T$  viene a mancare la "conditio sine qua non" perché il processo possa avvenire.

## Ciclo di Carnot DIRETTO

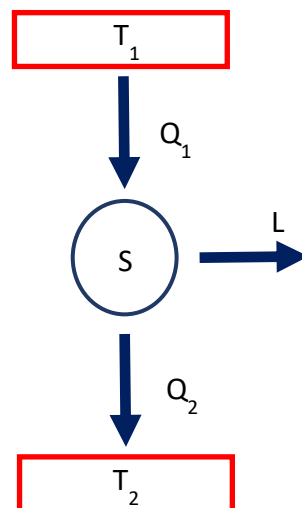
L'enunciato di Kelvin Planck del II Principio pone le basi per la realizzazione di un ciclo termodinamico diretto, che è quello che descrive il funzionamento di una macchina termica, ossia di una macchina in grado di trasformare calore in lavoro.

Una macchina è utile solo se opera ciclicamente, ed è quindi in grado di compiere continuamente nel tempo la trasformazione calore  $\rightarrow$  lavoro, ed il II Principio afferma che, per effettuare tale operazione, è necessario avere a disposizione almeno due sorgenti a temperature diverse,  $T_1$  e  $T_2$ . Definiamo di seguito le grandezze necessarie per descrivere il ciclo:

- Sistema S: fluido termodinamico che compie la trasformazione ciclica;
- $T_1$ : temperatura della sorgente 1;
- $T_2$ : temperatura della sorgente 2;
- $Q_1$ : calore assorbito dal sistema dalla sorgente 1;
- $Q_2$ : calore ceduto dal sistema alla sorgente 2;
- L: lavoro prodotto dal sistema.

Sia, per ipotesi,  $T_1 > T_2$ .

**Figura 35.** Schema di funzionamento di una macchina termica



Il fluido assorbe calore dalla sorgente più calda, ne trasforma una parte in lavoro e cede il calore residuo alla sorgente più fredda. Il lavoro meccanico ottenibile dal ciclo è dunque tanto maggiore quanto minore è la quantità di calore residuo non ulteriormente trasformabile.

Si definisce “*Rendimento termodinamico del ciclo*” la grandezza:

$$\eta = \frac{L}{Q_1}$$

Per il I Principio della Termodinamica applicato all'intero ciclo, si ha:

$$\Delta U = Q - L \Rightarrow \Delta U = Q_1 - |Q_2| - L$$

in cui il calore  $Q_2$  è preso in valore assoluto e preceduto dal segno meno trattandosi di un calore uscente dal sistema, dunque negativo.

Poiché il processo è ciclico, si ha:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow L = Q_1 - |Q_2|$$

da cui:

$$\eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

Ovviamente, utilizzando le grandezze per unità di massa, si ottiene l'espressione analoga:

$$\eta = \frac{q_1 - |q_2|}{q_1} = 1 - \frac{|q_2|}{q_1}$$

Dalle espressioni scritte si deduce che:

$$\eta < 1$$

Il rendimento di un ciclo diretto è dunque sempre minore dell'unità.

E' superfluo sottolineare che nell'espressione del rendimento le grandezze di scambio vanno prese sempre in valore assoluto. Anche l'ipotesi che il rendimento sia uguale ad uno è irrealizzabile poiché questo avverrebbe solo se fosse nullo il calore  $Q_2$ , in evidente contraddizione con l'enunciato del II principio.

Definiamo a questo punto il seguente:

*Teorema di Carnot:*

“Il rendimento massimo di una macchina termica che operi ciclicamente tra due sorgenti trasformando calore in lavoro è ottenibile da un ciclo in cui tutte le trasformazioni siano reversibili ed è indipendente dal fluido che compie il ciclo mentre dipende solo dalle temperature delle due sorgenti”.

Poiché il teorema di Carnot afferma che il rendimento massimo ottenibile da un ciclo bitermico è indipendente dal fluido che percorre il ciclo, ipotizziamo di utilizzare un gas ideale in modo da poter descrivere le trasformazioni che compie con le leggi note.

Per garantire la reversibilità delle trasformazioni, ipotizziamo di poter considerare trascurabili tutte le cause di dissipazione, quali l'attrito tra i vari strati di fluido e tra il fluido e gli organi meccanici in cui evolve. Inoltre, perché i processi di scambio termico possano avvenire in modo reversibile, è necessario che non ci siano differenze tra le temperature delle sorgenti e del fluido. In altre parole le temperature delle sorgenti e del fluido che compie

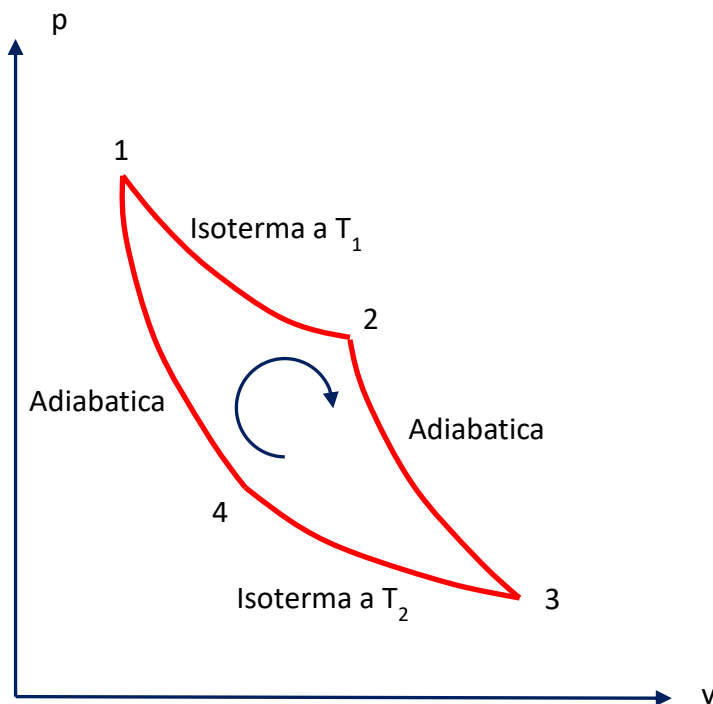
il ciclo devono rimanere costanti nel tempo ed uguali tra di loro. Gli scambi termici possono cioè avvenire solo lungo trasformazioni isoterme a temperature uguali a quelle delle sorgenti. Avendo a disposizione solo due sorgenti, rispettivamente a temperature  $T_1$  e  $T_2$ , avremo due processi isotermi reversibili a  $T_1$  e  $T_2$  lungo i quali il sistema assorbe e cede calore.

Nelle altre trasformazioni che chiudono il ciclo, non possono avvenire scambi termici, poiché, se così fosse, il fluido assorbirebbe o cederebbe calore dalle/alle due sorgenti con una differenza finita di temperatura, trovandosi lungo le trasformazioni a temperatura intermedia tra  $T_1$  e  $T_2$ . Si avranno di conseguenza due trasformazioni adiabatiche che consentono di far passare il sistema dalla temperatura  $T_1$  alla  $T_2$  e viceversa.

Il ciclo che rispetta tali condizioni è il cosiddetto *ciclo di Carnot diretto* in cui il fluido segue le varie trasformazioni in senso orario.

Descriviamo un ciclo diretto di Carnot compiuto da un gas ideale su un diagramma  $p$ - $v$ :

**Figura 36.** Ciclo di Carnot diretto



### Trasformazione 1-2: ISOTERMA

Lungo l'isoterma 1-2 il fluido acquisisce calore dalla sorgente 1 a temperatura  $T_1$  ed effettua una espansione mantenendo costante la temperatura: l'energia assorbita viene sfruttata per produrre lavoro di espansione. Applicando il I principio della Termodinamica, si ottiene:

$$du = dq - dl$$

$$\text{Trasformazione isoterma} \Rightarrow du = 0 \Rightarrow 0 = dq - dl \Rightarrow q_{12} - l_{12} = 0 \Rightarrow q_{12} = l_{12} = RT_1 \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = RT_1 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Essendo  $v_2 > v_1$  e  $p_1 > p_2$ , il lavoro ed il calore sono entrambi positivi, quindi, durante la trasformazione in oggetto, il calore è entrante ed il lavoro uscente.

### Trasformazione 2-3: ADIABATICA

Lungo l'adiabatica il fluido compie una espansione senza scambiare calore con l'esterno: il lavoro meccanico raccolto all'esterno viene prodotto a spese dell'energia interna del fluido che diminuisce provocando un abbassamento di temperatura. Applichiamo anche in questo caso il I principio della Termodinamica, ottenendo:

$$du = dq - dl$$

$$\text{Trasformazione adiabatica} \Rightarrow dq = 0 \Rightarrow du = -dl \Rightarrow u_3 - u_2 = -l_{23} = -\frac{p_2 v_2}{1-K} \left[ \left( \frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right]$$

Essendo  $p_3 < p_2$ , l'espressione tra parentesi quadre è negativa e negativo è anche il rapporto  $\frac{p_2 v_2}{1-K}$  essendo  $K > 1$ ; di conseguenza il lavoro  $l_{23}$  è positivo. Poiché  $l_{23}$  è positivo (espansione), ad esso corrisponde una diminuzione dell'energia interna, quindi della temperatura. In questo modo il sistema si porta alla temperatura della sorgente 2:  $T_2$ .

### Trasformazione 3-4: ISOTERMA

Lungo l'isoterma 3-4 il fluido cede calore alla sorgente 2 a temperatura  $T_2$  e viene compresso mantenendo costante la temperatura. Applicando il I principio della Termodinamica, si ottiene:

$$du = dq - dl$$

$$\text{Trasformazione isoterma} \Rightarrow du = 0 \Rightarrow 0 = dq - dl \Rightarrow q_{34} - l_{34} = 0 \Rightarrow q_{34} = l_{34} = RT_2 \cdot \ln \frac{v_4}{v_3} = RT_2 \cdot \ln \frac{p_3}{p_4}$$

Essendo  $v_4 < v_3$  e  $p_3 < p_4$ , il lavoro ed il calore sono entrambi negativi, quindi, durante la trasformazione in oggetto, il calore è uscente ed il lavoro entrante. Infatti il sistema sta cedendo calore alla sorgente  $T_2$  con contemporanei aumento di pressione e diminuzione di volume.

### Trasformazione 4-1: ADIABATICA

Lungo l'adiabatica 4-1 il fluido compie una compressione senza scambiare calore con l'esterno: il lavoro meccanico compiuto dall'esterno sul sistema produce un incremento dell'energia interna del fluido con conseguente aumento di temperatura, che riporta il sistema nelle condizioni iniziali del ciclo.

Infatti, applicando il I principio della Termodinamica, si ottiene:

$$du = dq - dl$$

$$\text{Trasformazione adiabatica} \Rightarrow dq = 0 \Rightarrow du = -dl \Rightarrow u_1 - u_4 = -l_{41} = -\frac{p_4 v_4}{1-K} \left[ \left( \frac{p_1}{p_4} \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right]$$

Essendo  $p_1 > p_4$ , l'espressione tra parentesi quadre è positiva, mentre risulta negativo il rapporto  $\frac{p_4 v_4}{1-K}$  per le stesse considerazioni fatte in precedenza; di conseguenza il lavoro  $l_{41}$  è negativo. Essendo  $l_{41}$  negativo, ad esso corrisponde un aumento dell'energia interna, quindi della temperatura.

Riprendiamo a questo punto l'espressione del rendimento, in particolare nella notazione riservata alle grandezze specifiche, ed appliciamola al ciclo di Carnot descritto:

$$\eta = \frac{q_1 - |q_2|}{q_1} = 1 - \frac{|q_2|}{q_1}$$

Dalla descrizione delle varie trasformazioni che compongono il ciclo di Carnot riprendiamo le espressioni calcolate delle quantità di calore  $q_1$  e  $q_2$  scambiate dal sistema, rispettivamente, con la sorgente 1 e con la sorgente 2. Naturalmente si ha:

$$q_1 : \text{calore scambiato con la sorgente 1} = q_{12} = RT_1 \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = RT_1 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

$$q_2 : \text{calore scambiato con la sorgente 2} = q_{34} = RT_2 \cdot \ln \frac{v_4}{v_3} = RT_2 \cdot \ln \frac{p_3}{p_4}$$

Sostituendo le espressioni trovate a quella del rendimento e ricordando che, essendo  $q_2$  negativo, va cambiato di segno, possiamo scrivere:

$$\eta = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_{34}}{q_{12}} = 1 - \frac{RT_2 \cdot \ln \frac{p_4}{p_3}}{RT_1 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}}$$

Del resto lungo le due adiabatiche, si ha:

$$p_2 v_2^K = p_3 v_3^K \Rightarrow \frac{p_3}{p_2} = \left( \frac{v_2}{v_3} \right)^K \Rightarrow v_2 = \left( \frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{1}{K}} \cdot v_3$$

$$p_4 v_4^K = p_1 v_1^K \Rightarrow \frac{p_1}{p_4} = \left( \frac{v_4}{v_1} \right)^K \Rightarrow v_1 = \left( \frac{p_4}{p_1} \right)^{\frac{1}{K}} \cdot v_4$$

Lungo la isoterma 1-2 si ha:

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

e, analogamente, lungo la 3-4:

$$p_3 v_3 = p_4 v_4 \Rightarrow \frac{p_3}{p_4} = \frac{v_4}{v_3}$$

Mettendo a sistema le equazioni scritte, si ottiene:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1} = \left( \frac{p_3 \cdot p_1}{p_2 \cdot p_4} \right)^{\frac{1}{k}} \cdot \frac{v_3}{v_4} = \left( \frac{p_3 \cdot p_1}{p_2 \cdot p_4} \right)^{\frac{1}{k}} \cdot \frac{p_4}{p_3} \Rightarrow$$

$$\frac{p_1}{p_2} \cdot \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{-\frac{1}{k}} = \frac{p_4}{p_3} \cdot \left( \frac{p_4}{p_3} \right)^{-\frac{1}{k}} \Rightarrow \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{1-\frac{1}{k}} = \left( \frac{p_4}{p_3} \right)^{1-\frac{1}{k}} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_4}{p_3}$$

da cui, in definitiva:

$$\eta = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_{34}}{q_{12}} = 1 - \frac{RT_2 \cdot \ln \frac{p_4}{p_3}}{RT_1 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

che conferma come, nel ciclo di Carnot, il rendimento dipenda solo dalle temperature delle due sorgenti.

### **Ciclo di Carnot INVERSO**

L'enunciato di Clausius del II Principio pone le basi per la realizzazione di un ciclo termodinamico inverso, che descrive il funzionamento di una macchina frigorifero, ossia una macchina in grado di trasferire calore da una sorgente termica ad un'altra a più alta temperatura grazie all'apporto di una quantità di lavoro dall'esterno.

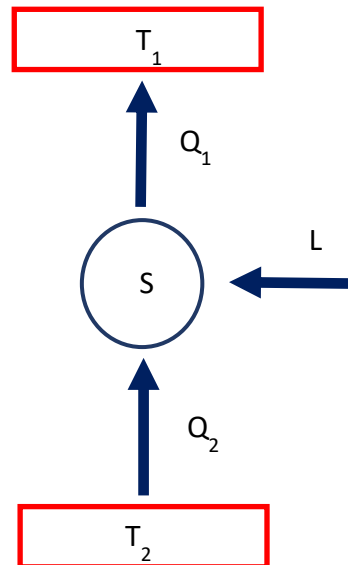
In un ciclo inverso il fluido esegue delle trasformazioni che, sul diagramma p-v sono percorse in senso antiorario. Analogamente al ciclo diretto, il ciclo composto da due isoterme e da due adiabatiche (*ciclo di Carnot inverso*) è l'unico che garantisce la reversibilità e, per il teorema di Carnot, fornisce le massime prestazioni ottenibili.

Definiamo anche in questo caso le grandezze necessarie per descrivere il ciclo:

- Sistema S: fluido termodinamico che compie la trasformazione ciclica;
- T<sub>1</sub>: temperatura della sorgente 1;
- T<sub>2</sub>: temperatura della sorgente 2;
- Q<sub>1</sub>: calore ceduto dal sistema alla sorgente 1;
- Q<sub>2</sub>: calore assorbito dal sistema dalla sorgente 2;
- L: lavoro compiuto dall'esterno sul sistema;



**Figura 37.** Schema di funzionamento di una macchina frigorifero



Sia, per ipotesi,  $T_2 < T_1$ .

Si definisce: “*Coefficiente di prestazione*” COP (Coefficient of Performance) o “*Coefficiente di effetto utile*” o anche “*Efficienza*” del ciclo inverso la grandezza:

$$\varepsilon = COP = \frac{Q_2}{|L|}$$

In questa espressione il lavoro è negativo (subito dal sistema), di conseguenza viene preso in valore assoluto.

Il COP è tanto più elevato quanto più piccolo è il lavoro  $L$  compiuto per asportare la quantità di calore  $Q_2$  dalla sorgente fredda.

Applichiamo anche in questo caso il I Principio della Termodinamica all'intero ciclo, ottenendo:

$$\Delta U = Q - L$$

Va ricordato che nell'espressione del I Principio le quantità di calore e di lavoro sono prese ciascuna con il proprio segno, mentre nell'espressione del rendimento o del COP sono prese in valore assoluto. Pertanto si ha:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q - L = 0 \Rightarrow Q_2 - |Q_1| - (-|L|) = 0 \Rightarrow |L| = |Q_1| - Q_2$$

da cui si ottiene:

$$\varepsilon = COP = \frac{Q_2}{|L|} = \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2}$$

E, analogamente, utilizzando le quantità energetiche per unità di massa:

$$\varepsilon = COP = \frac{q_2}{|l|} = \frac{q_2}{|q_1| - q_2}$$

da cui si evince che il COP può essere anche maggiore di 1. Questa è la ragione per cui, nel definire le prestazioni di un ciclo frigorifero non si è introdotta la grandezza rendimento che, invece, per definizione, è sempre minore dell'unità.

Lo stesso ciclo inverso può essere utilizzato per costruire una "pompa di calore", macchina il cui scopo è quello di fornire calore ad una sorgente calda prelevandolo da una sorgente più fredda. In questo caso l'effetto voluto non è  $Q_2$  ma  $Q_1$  e l'espressione del coefficiente di prestazione diventa:

$$\varepsilon' = COP = \frac{|Q_1|}{|L|} = \frac{|Q_1|}{|Q_1| - Q_2}$$

e l'analogia:

$$\varepsilon' = COP = \frac{|q_1|}{|l|} = \frac{|q_1|}{|q_1| - q_2}$$

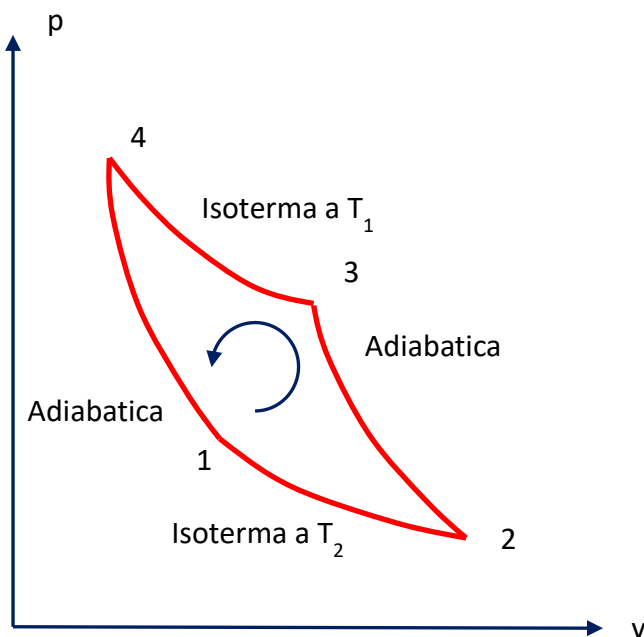
Tra le due espressioni vale naturalmente la relazione:

$$\varepsilon' - \varepsilon = 1 \Rightarrow \varepsilon' = \varepsilon + 1$$

Per cui il COP di una pompa di calore risulta sempre maggiore di 1.

Descriviamo sul diagramma p-v un ciclo di Carnot inverso:

**Figura 38.** Ciclo di Carnot inverso



### Trasformazione 1-2: ISOTERMA

Lungo l'isoterma 1-2 il fluido acquisisce calore dalla sorgente 2 a temperatura  $T_2$  ed effettua una espansione mantenendo costante la temperatura; il calore assorbito in questa fase costituisce l'effetto frigorifero, che è tanto più elevato quanto maggiore è l'efficienza del ciclo. Applicando il I principio della Termodinamica, si ottiene:

$$du = dq - dl$$

$$\text{Trasformazione isoterma} \Rightarrow du = 0 \Rightarrow 0 = dq - dl \Rightarrow q_{12} - l_{12} = 0 \Rightarrow q_{12} = l_{12} = RT_2 \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = RT_2 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Essendo  $v_2 > v_1$  e  $p_1 > p_2$ , sia il lavoro che il calore sono positivi; infatti il fluido assorbe calore (calore entrante denominato effetto frigorifero) e lo sfrutta compiendo una espansione (lavoro uscente).

### Trasformazione 2-3: ADIABATICA

Lungo l'adiabatica il fluido viene compresso senza scambiare calore con l'esterno: il lavoro meccanico compiuto dall'esterno sul sistema provoca un aumento dell'energia interna del sistema stesso, innalzandone di conseguenza la temperatura fino al valore corrispondente alla sorgente 1. Applichiamo anche in questo caso il I principio della Termodinamica, ottenendo:

$$du = dq - dl$$

$$\text{Trasformazione adiabatica} \Rightarrow dq = 0 \Rightarrow du = -dl \Rightarrow u_3 - u_2 = -l_{23} = -\frac{p_2 v_2}{1-K} \left[ \left( \frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right]$$

Essendo  $p_3 > p_2$ , l'espressione fra parentesi quadre è positiva, mentre il gruppo  $\frac{p_2 v_2}{1-K}$  risulta negativo essendo  $K > 1$ , quindi  $l_{23}$  è negativo. Poiché  $l_{23}$  è negativo, ad esso corrisponde un aumento dell'energia interna, quindi della temperatura. In questo modo il sistema si porta alla temperatura della sorgente 1:  $T_1$ .

### Trasformazione 3-4: ISOTERMA

Lungo l'isoterma 3-4 il fluido cede alla sorgente 1 a temperatura  $T_1$  il calore assorbito dalla sorgente 2 (effetto frigorifero) più l'equivalente del lavoro meccanico compiuto dall'esterno sul sistema. Applicando il I principio della Termodinamica, si ottiene:

$$du = dq - dl$$

$$\text{Trasformazione isoterma} \Rightarrow du = 0 \Rightarrow 0 = dq - dl \Rightarrow q_{34} - l_{34} = 0 \Rightarrow q_{34} = l_{34} = RT_1 \cdot \ln \frac{v_4}{v_3} = RT_1 \cdot \ln \frac{p_3}{p_4}$$

Essendo, in questo caso,  $v_4 < v_3$  e  $p_3 < p_4$ , sia il lavoro che il calore risultano negativi; infatti il fluido cede calore (calore uscente) e subisce una compressione (lavoro entrante).

## Trasformazione 4-1: ADIABATICA

Lungo l'adiabatica 4-1 il fluido compie una espansione senza scambiare calore con l'esterno riportando il sistema al punto iniziale del ciclo. Applicando il I principio della Termodinamica, si ottiene:

$$du = dq - dl$$

$$\text{Trasformazione adiabatica} \Rightarrow dq = 0 \Rightarrow du = -dl \Rightarrow u_1 - u_4 = -l_{41} = -\frac{p_4 v_4}{1-K} \left[ \left( \frac{p_1}{p_4} \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right]$$

In questo caso  $p_1 < p_4$ , quindi il gruppo tra parentesi quadre risulta negativo, ed altrettanto negativo è il rapporto  $\frac{p_4 v_4}{1-K}$ , essendo  $K > 1$ , pertanto  $l_{41}$  è positivo e ad esso corrisponde una diminuzione dell'energia interna, quindi della temperatura.

Anche nel caso di ciclo di Carnot inverso, analogamente al rendimento del ciclo diretto, le espressioni del coefficiente di prestazione dipendono esclusivamente dalle temperature delle due sorgenti.

Possiamo infatti scrivere, ricordando che il calore  $q_1$  va cambiato di segno essendo negativo:

$$\varepsilon = \frac{q_2}{|l|} = \frac{q_2}{|q_1| - q_2} = \frac{R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}}{R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{p_4}{p_3} - R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}}$$

Del resto possiamo scrivere:

$$\begin{aligned} p_1 \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2 &\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{p_1}{p_2} & p_2 \cdot v_2^K = p_3 \cdot v_3^K &\Rightarrow v_2 = \left( \frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{1}{K}} \cdot v_3 \\ p_3 \cdot v_3 = p_4 \cdot v_4 &\Rightarrow \frac{v_3}{v_4} = \frac{p_4}{p_3} & p_4 \cdot v_4^K = p_1 \cdot v_1^K &\Rightarrow v_1 = \left( \frac{p_4}{p_1} \right)^{\frac{1}{K}} \cdot v_4 \end{aligned}$$

Dividendo membro a membro, si ottiene:

$$\frac{v_2}{v_1} = \left( \frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{1}{K}} \cdot \left( \frac{p_1}{p_4} \right)^{\frac{1}{K}} \cdot \frac{v_3}{v_4} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \left( \frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{1}{K}} \cdot \left( \frac{p_1}{p_4} \right)^{\frac{1}{K}} \cdot \frac{p_4}{p_3} \Rightarrow \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{1 - \frac{1}{K}} = \left( \frac{p_4}{p_3} \right)^{1 - \frac{1}{K}} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_4}{p_3}$$

L'espressione del coefficiente di effetto utile diventa allora:

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

e l'analogia relativa alla pompa di calore:

$$\varepsilon' = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

entrambe dipendenti solo dalle temperature delle due sorgenti.

## DISUGUAGLIANZA DI CLAUSIUS – Entropia

Il teorema di Carnot ci dà la possibilità di definire un'altra grandezza di stato di notevole importanza per la termodinamica: l'entropia.

Infatti, il teorema di Carnot afferma che il rendimento di un ciclo diretto bitermico è sempre inferiore ad un valore massimo calcolabile in funzione delle temperature delle medesime due sorgenti termiche.

$$1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

essendo  $Q_1$  e  $Q_2$  rispettivamente le quantità di calore, prese in valore assoluto, che il sistema scambia con le sorgenti 1 e 2 e  $T_1$  e  $T_2$  le temperature assolute delle due sorgenti. Dalla disuguaglianza scritta discende la seguente:

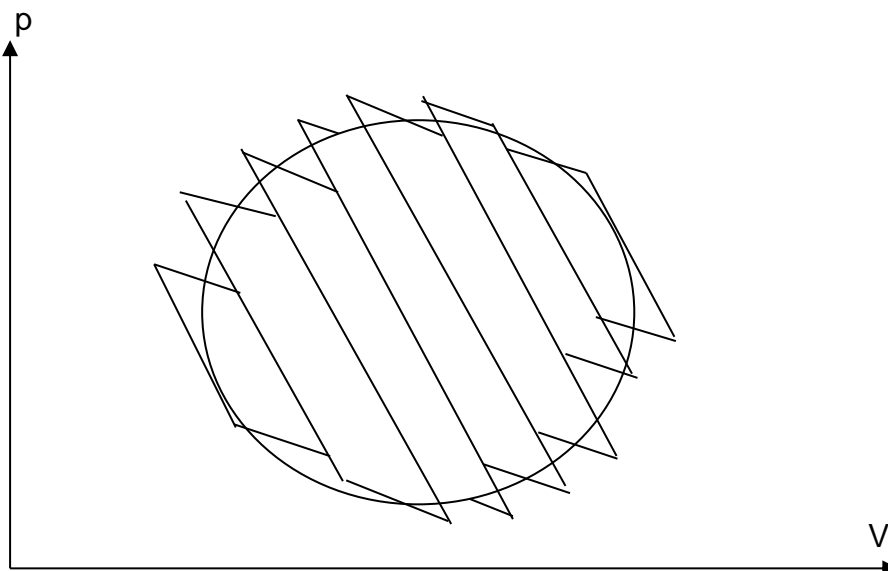
$$\frac{|Q_2|}{Q_1} > \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{|Q_2|}{T_2} > \frac{Q_1}{T_1} \Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} - \frac{|Q_2|}{T_2} < 0$$

L'espressione scritta è equivalente alla seguente:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} < 0$$

in cui è messo in evidenza che la somma algebrica dei rapporti tra le quantità di calore scambiate prese con il loro segno e le temperature delle rispettive sorgenti è minore di zero.

**Figura 39.** Discretizzazione di un ciclo termodinamico in cicli elementari



Tale disequazione si può generalizzare al caso in cui esistano  $n$  sorgenti da cui il sistema riceve calore ed altrettante a cui lo cede, come nel caso rappresentato in figura 39 in cui un ciclo termodinamico qualsiasi viene discretizzato e ricondotto ad  $n$  cicli termodinamici composti ciascuno da due trasformazioni isoterme e due adiabatiche. La discretizzazione è fatta in modo che lungo le isoterme siano scambiate le stesse quantità di calore che vengono scambiate nei tratti corrispondenti del ciclo reale.

Lungo le isoterme e le adiabatiche, pur ammettendo la quasistaticità, intervengono comunque delle cause di irreversibilità: lungo le due isoterme lo scambio di calore avviene con differenza di temperatura non nulla tra sorgente e sistema, mentre lungo le due adiabatiche hanno luogo fenomeni di attrito. Il ciclo rappresentato è dunque un ciclo quasistatico ma non reversibile ed il rendimento di ciascuno degli  $n$  cicli elementari in cui viene discretizzato è inferiore a quello di Carnot tra le stesse temperature. Si ottiene pertanto:

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} < 0$$

Se la discretizzazione è fatta con cicli termodinamici composti da trasformazioni infinitesime, la sommatoria si trasforma in un integrale circolare esteso all'intero ciclo termodinamico iniziale e la disequazione diventa:

$$\oint \frac{dQ}{T} < 0$$

Quella scritta è una relazione nota col nome di diseuguaglianza di Clausius.

Se adesso ipotizziamo che il ciclo rappresentato in figura sia reversibile, la disuguaglianza scritta diventa una uguaglianza poiché i cicli elementari che sono stati considerati sono esattamente dei cicli di Carnot.

E' pertanto possibile scrivere, per il caso di  $n$  cicli elementari finiti:

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} = 0$$

e per il caso di cicli elementari infinitesimi:

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0$$

Se si verifica quest'ultima uguaglianza, l'espressione sotto il segno di integrale costituisce un differenziale esatto, ed esiste una funzione potenziale  $S$  tale che:

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

S è una funzione potenziale che esprime evidentemente una grandezza di stato del sistema, detta appunto Entropia, e si misura in [J/K].

Per ogni processo reversibile si può dire pertanto che:

$$dQ = T \cdot dS$$

In un processo reversibile finito che vada dallo stato 1 allo stato 2, la relazione scritta permette di calcolare il calore scambiato nel modo seguente:

$$Q_{12} = \int_1^2 T \cdot dS$$

L'entropia è una grandezza di stato estensiva, che ammette una corrispondente intensiva, l'entropia specifica (per unità di massa):

$$s = \frac{S}{M} \quad \left[ \frac{J}{kg \cdot K} \right]$$

Ovviamente, all'interno di trasformazioni reversibili, valgono le seguenti relazioni:

$$ds = \frac{dq}{T} \quad dq = T \cdot ds \quad q_{12} = \int_1^2 T \cdot ds$$

con ovvio significato dei simboli.

Nel caso di processo adiabatico, si ha:

$$dQ = 0 \Rightarrow dS = 0 \quad dq = 0 \Rightarrow ds = 0$$

per cui un processo adiabatico reversibile avviene ad entropia costante ed è per questo anche detto ISOENTROPICO.

Riprendendo in considerazione la relazione ottenuta nel caso di trasformazioni irreversibili:

$$\oint \frac{dQ}{T} < 0$$

indicando con  $\Delta S_{irr}$  la quantità positiva che sommata algebricamente all'espressione precedente la rende nulla, si ha:

$$\oint \frac{dQ}{T} + \Delta S_{irr} = 0$$

Da cui, si deduce che, in un ciclo che presenta delle irreversibilità, si può comunque definire una funzione S ed il suo differenziale esatto dS, assumendo che valga la seguente uguaglianza:

$$\oint dS = \oint \frac{dQ}{T} + \Delta S_{irr}$$



$\Delta S_{irr}$  è una quantità certamente positiva che rappresenta l'aumento di entropia dovuto alle irreversibilità.

Si può pertanto scrivere:

$$\oint dS = \oint \frac{dQ}{T} + \Delta S_{irr} = 0$$

e, di conseguenza:

$$dS = \frac{dQ}{T} + dS_{irr}$$

Analogamente, utilizzando le grandezze specifiche, si ha:

$$ds = \frac{dq}{T} + ds_{irr}$$

Per cui, in un processo reale infinitesimo, il sistema subisce una variazione di entropia che equivale al rapporto tra il calore scambiato e la temperatura della sorgente più un termine che rappresenta la produzione di entropia dovuta alle irreversibilità.

In un processo adiabatico si ha:

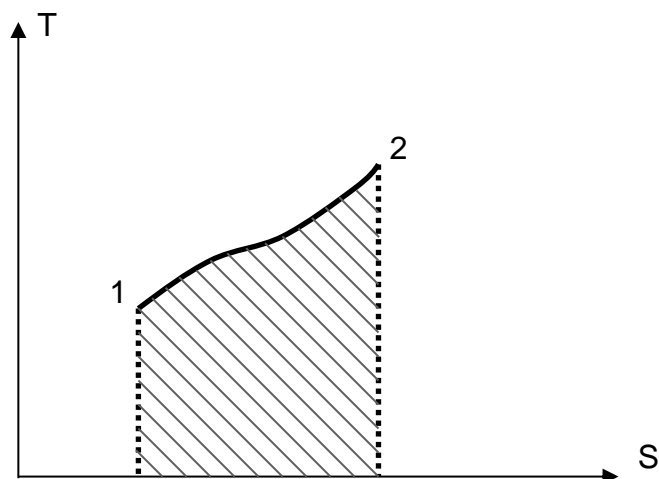
$$dS = dS_{irr} \Rightarrow S_2 - S_1 = \Delta S_{irr} \quad ds = ds_{irr} \Rightarrow s_2 - s_1 = \Delta s_{irr}$$

I processi adiabatici reali sono dunque ad entropia crescente a causa della loro natura irreversibile. Estendendo questa considerazione al sistema termodinamico "universo", potendolo considerare adiabatico, poiché non esistono altri sistemi con cui esso possa scambiare calore, si può affermare che l'entropia dell'universo è costantemente crescente.

### **Diagramma entropico**

Un diagramma termodinamico di notevole interesse per lo studio delle trasformazioni, in particolare di quelle cicliche, è quello entropico, in cui in ordinate è riportata la temperatura ed in ascisse l'entropia.

**Figura 40.** Trasformazione reversibile in un diagramma entropico



In figura 40 consideriamo una trasformazione reversibile qualsiasi che vada da un punto iniziale 1 ad un punto finale 2. Se vogliamo calcolare il calore scambiato nella 1-2, trattandosi di una trasformazione reversibile, possiamo scrivere la seguente relazione:

$$Q_{12} = \int_1^2 T \cdot dS$$

Per cui, sul diagramma T-S il calore scambiato lungo la trasformazione è rappresentato dall'area sottesa dalla funzione sull'asse delle ascisse.

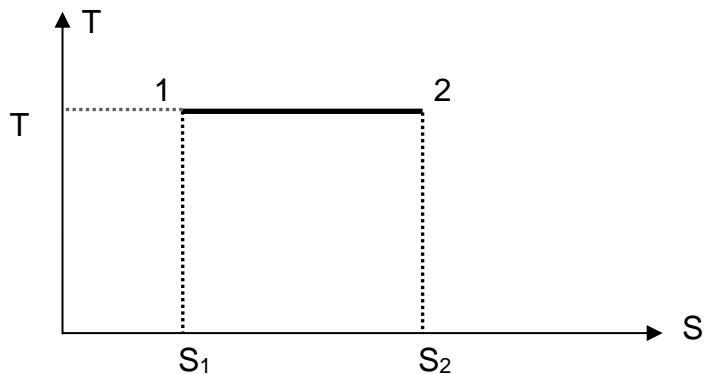
In particolare, se la trasformazione è isoterma reversibile, tale area è rappresentata dal rettangolo di base  $(S_2 - S_1)$  e altezza T (vedi Fig. 41).

Infatti, per una isoterma reversibile si ha:

$$Q_{12} = \int_1^2 T \cdot dS = T \cdot (S_2 - S_1)$$

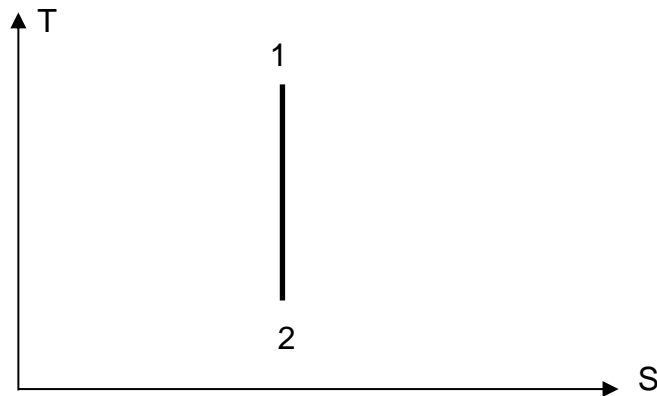
Se la trasformazione va da 1 a 2 ( $S_2 > S_1 \Rightarrow S_2 - S_1 > 0$ ) il calore scambiato è positivo, quindi entrante nel sistema, mentre se va da 2 ad 1 ( $S_1 - S_2 < 0$ ), risulta negativo, quindi uscente.

**Figura 41.** Trasformazione isoterma reversibile in un diagramma entropico



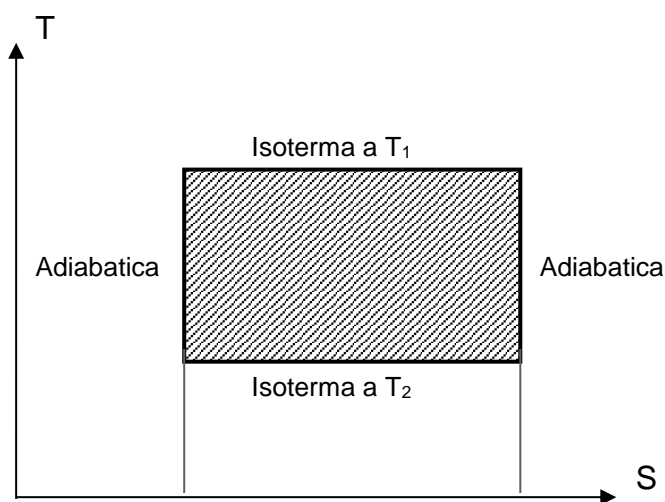
Una trasformazione adiabatica reversibile è anche isoentropica, come già detto, ed è rappresentata da un segmento di retta perpendicolare all'asse delle entropie, che, ovviamente, non sottende alcuna area su questo asse. Infatti una isoentropica non prevede nessuno scambio termico. In Figura 42 è rappresentata una trasformazione adiabatica reversibile.

**Figura 42.** Trasformazione adiabatica reversibile (isoentropica) in un diagramma entropico



Il ciclo di Carnot, costituito da due isoterme e due adiabatiche reversibili, assume sul diagramma T-S la forma di un rettangolo, come illustrato in Figura 43.

**Figura 43.** Ciclo di Carnot in un diagramma entropico



In questo caso, l'area racchiusa dal rettangolo e tratteggiata in figura 43 rappresenta la somma algebrica tra il calore scambiato dal sistema con la sorgente a più elevata temperatura ( $T_1$ ) e quello scambiato con quella a più bassa temperatura ( $T_2$ ), essendo questi due dati rispettivamente dalle aree sottese con il verso positivo dell'asse delle entropie dall'isoterma a  $T_1$  e da quella a  $T_2$ .

Se il ciclo è percorso in senso orario (ciclo diretto) il calore scambiato con la sorgente a temperatura  $T_1$  (area più grande) è positivo ed il secondo negativo, dunque complessivamente il sistema scambia con l'esterno una quantità di calore positiva, mentre, se è percorso in senso antiorario (ciclo inverso) allora è il calore scambiato con la sorgente a temperatura  $T_2$  ad essere positivo (area più piccola) e l'altro negativo, per cui complessivamente il calore scambiato con l'esterno risulta negativo.

Ricordando l'espressione di validità generale del I principio della termodinamica:

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta L$$

ed applicandola all'intero ciclo, si ha:

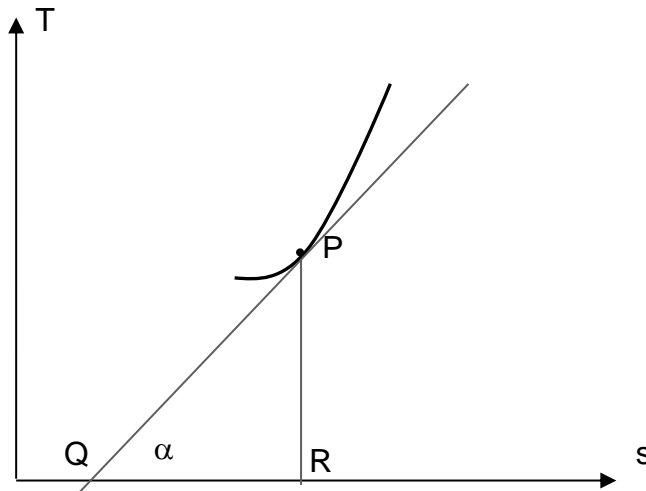
$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta Q = \Delta L$$

per cui l'area evidenziata nella figura 43, oltre a rappresentare il calore complessivamente scambiato dal sistema con le due sorgenti, individua anche il lavoro che il sistema stesso scambia con l'esterno, che dunque risulta positivo nel caso di ciclo diretto e negativo nel caso di ciclo inverso.

Alternativamente al diagramma temperatura entropia, si può considerare quello analogo in cui in ascisse si riporti l'entropia specifica  $s$  espressa in [J/kg K]

Il diagramma T-s consente di ricavare un'altra utile informazione relativa ad un processo reversibile. Infatti, se consideriamo una trasformazione reversibile AB come quella rappresentata in Figura 44, la tangente ad essa condotta in un punto generico P individua sull'asse delle entropie un angolo  $\alpha$  e, se si considera il segmento condotto da P perpendicolarmente all'asse, indicando con R il punto in cui interseca l'asse stesso, è possibile scrivere la seguente relazione:

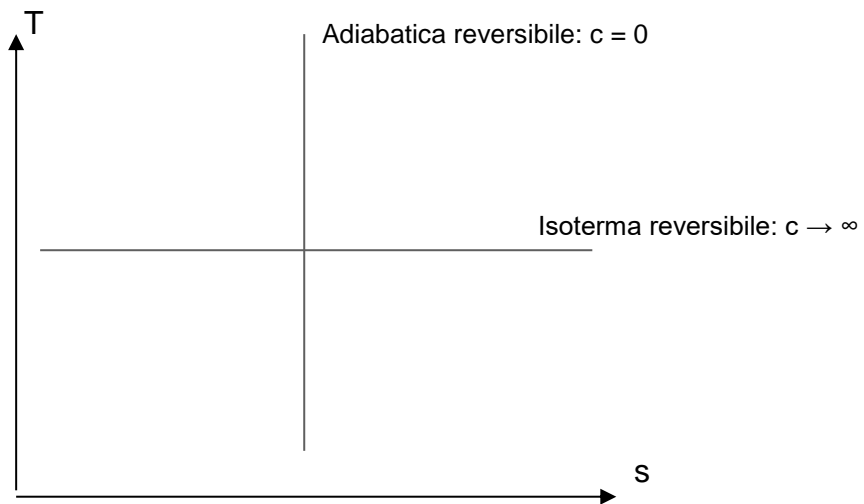
**Figura 44.** Espressione grafica del calore specifico



$$PR = QR \cdot \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow T = QR \cdot \frac{dT}{ds} \Rightarrow QR = \frac{T}{\frac{dT}{ds}} = \frac{T \cdot ds}{dT} = \frac{dq}{dT}$$

Il segmento QR, sottotangente cartesiana alla curva nel punto P, rappresenta pertanto il calore specifico del sistema che compie la trasformazione nel punto considerato. Si ricordi che, in generale, il calore specifico è variabile con la temperatura, per cui va definito punto per punto lungo una trasformazione. Da quanto detto si deduce facilmente che il calore specifico lungo una adiabatica reversibile (isoentropica) è nullo e lungo una isoterma reversibile tende ad infinito, ed in generale tende ad aumentare al diminuire di  $\alpha$  (vedi Figura 45)

**Figura 45.** Calore specifico in una adiabatrica e in un'isoterma reversibile



**Definizione del I principio in forma entropica**

Riprendiamo le due espressioni del I principio già ricavate, la prima di validità universale e la seconda valida per i sistemi aperti.

$$dQ = dU + dL \qquad dQ = dH + dL'$$

Se applichiamo tali relazioni ad una trasformazione reversibile, possiamo esprimere il lavoro, il lavoro tecnico ed il calore in funzione delle variabili di stato interne del sistema, pressione, volume, temperatura ed entropia ottenendo le seguenti relazioni:

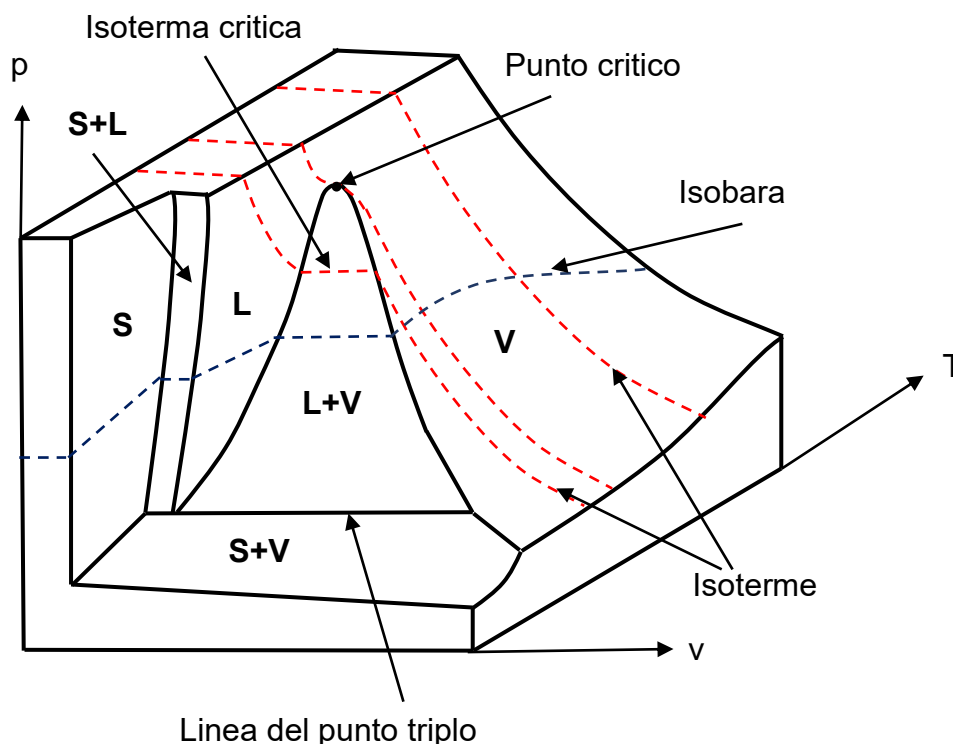
$$TdS = dU + p \cdot dV \qquad TdS = dH - Vdp$$

## STATI DI AGGREGAZIONE DELLA MATERIA: I CAMBIAMENTI DI FASE

In natura esistono tre stati di aggregazione della materia o fasi: *solida*, *liquida* e *gassosa*. Un sistema in fase solida è caratterizzato da forma e volume propri, quindi da legami rigidi tra le particelle elementari; alla fase liquida invece corrisponde un volume proprio ma non una forma propria, mentre lo stato gassoso è caratterizzato dal non avere né volume né forma propri, quindi da legami molto deboli tra le particelle. Attraverso processi di scambio termico è possibile far passare un sistema termodinamico da una fase all'altra. Le quantità di calore in gioco in questi casi sono di tipo *latente* e non sensibile. Tutti i cambiamenti di stato avvengono infatti a temperatura costante e durante un cambiamento di fase il calore ceduto o assorbito dal corpo che subisce la trasformazione induce a livello microscopico delle modificazioni nei legami tra le particelle elementari, rompendo o ricostituendo, a seconda dei casi, i legami suddetti.

In Figura 46 rappresentato, a titolo di esempio, il diagramma di stato tridimensionale  $p$ - $v$ - $T$  di una sostanza, in cui è possibile individuare aree diverse corrispondenti ai diversi stati di aggregazione della materia, solido (S), liquido (L) e vapore (V), nonché zone che individuano uno stato bifase, solido-liquido (S+L), liquido-vapore (L+V), solido-vapore (S+V). In esso sono inoltre tracciate alcune linee notevoli, un'isobara ed alcune isoterme, tra cui la cosiddetta isoterma critica, di cui si dirà in seguito. Infine, è evidenziata la linea del punto triplo che rappresenta, al variare del volume specifico, il luogo dei punti di coesistenza dei tre stati solido, liquido e aeriforme.

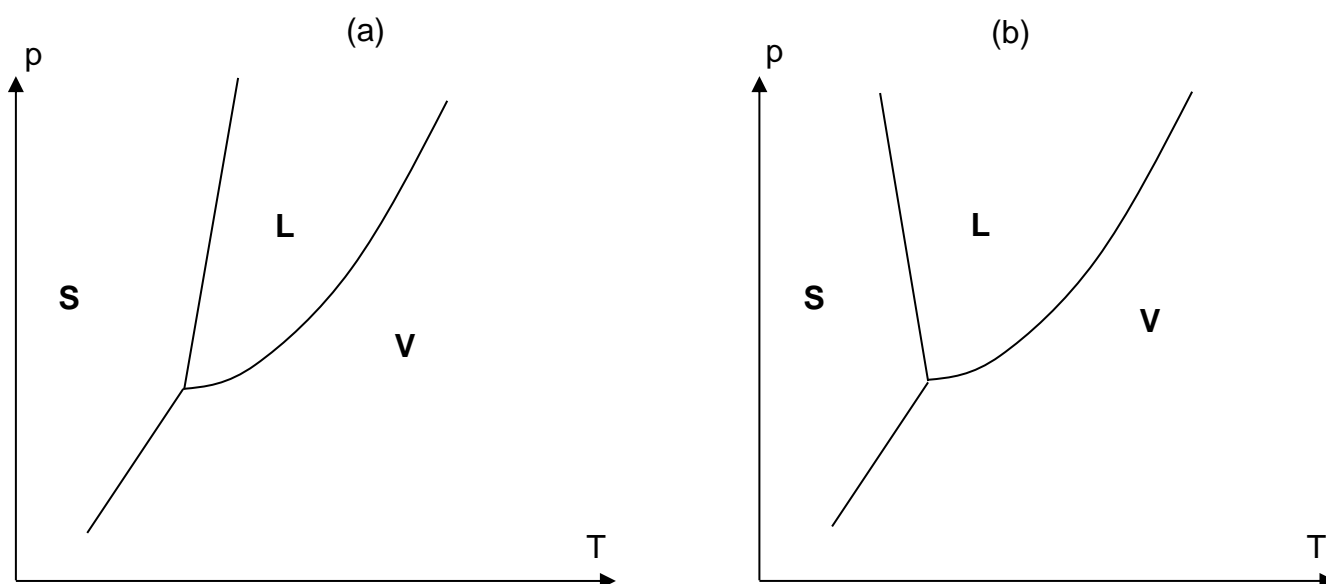
Figura 46. Esempio di diagramma di stato  $p$ - $v$ - $T$



Se consideriamo la proiezione di tale figura solida sul piano pressione-temperatura o sul piano pressione volume, si possono disegnare dei diagrammi bidimensionali sui quali è possibile individuare punti rappresentativi dei vari stati o linee che rappresentano le trasformazioni di cambiamento di fase. Da ciascuno dei due tipi di diagrammi è possibile trarre alcune utili informazioni.

Prendiamo dapprima in esame, a titolo di esempio, il diagramma pressione temperatura p-T nelle due forme della figura 47 seguente.

**Figura 47.** Diagramma p-T per una sostanza pura (a) e per l'acqua (b)



Nei due diagrammi suddetti si distinguono tre zone, quella del solido (S), quella del liquido (L) e quella del vapore (V), separate da linee che rappresentano gli stati di equilibrio tra due fasi.

Definiamo fusione il passaggio solido→liquido e solidificazione il suo inverso, vaporizzazione il passaggio liquido→vapore e condensazione il suo inverso, mentre definiamo sublimazione il passaggio diretto solido→vapore, che può avvenire per valori molto bassi della pressione, e brinamento il suo inverso.

Nel diagramma di sinistra la pendenza della linea di separazione tra lo stato solido e quello liquido è positiva, mentre nell'altro caso è negativa.

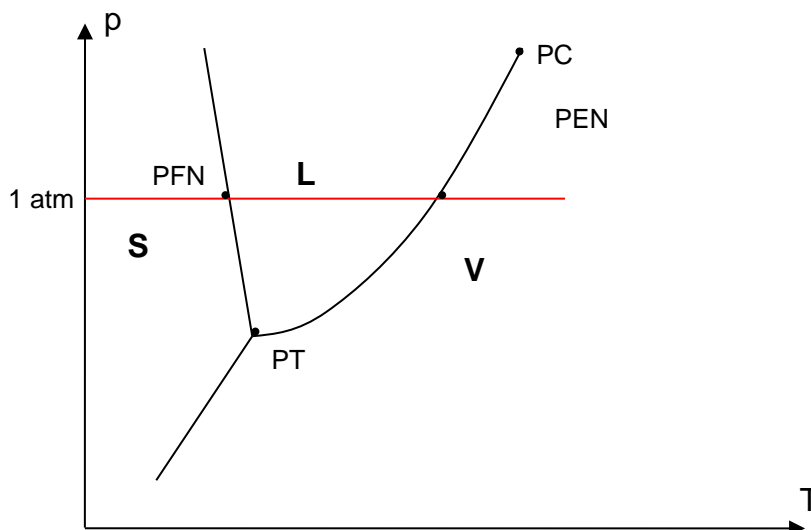
L'andamento rappresentato nel diagramma a sinistra è tipico di quasi tutte le sostanze, ad eccezione dell'acqua e di pochissime altre (antimonio e bismuto), il cui comportamento è descritto dal diagramma a destra.

La pendenza negativa della linea solido-liquido che si verifica nel caso dell'acqua dipende dalla proprietà che essa ha di aumentare di volume durante la solidificazione e di diminuire di volume durante la fusione. Un aumento di pressione va dunque a vantaggio della fusione che avviene a temperature più basse, mentre una diminuzione di pressione favorisce la solidificazione che avviene a temperature più elevate.

Di seguito tracciamo il diagramma p-T per l'acqua in cui vengono evidenziati alcuni punti notevoli:

Punto di fusione normale (PFN):	$T = 273,15 \text{ K}$	$p = 1 \text{ atm (} 101325 \text{ Pa)}$
Punto di ebollizione normale (PEN):	$T = 373,15 \text{ K}$	$p = 1 \text{ atm}$
Punto triplo (PT):	$T = 273,16 \text{ K}$	$p = 6 \times 10^{-3} \text{ atm (} 607,95 \text{ Pa)}$
Punto critico (PC):	$T = 647,3 \text{ K}$	$p = 2,21 \times 10^7 \text{ Pa}$

**Figura 48.** Definizione di punti notevoli per l'acqua sul diagramma p-T



Applichiamo ora la regola di Gibbs, che mette in relazione il numero di componenti  $C$  e di fasi  $F$  con cui si presenta la materia, con il numero di grandezze di stato che possono variare indipendentemente l'una dall'altra senza modificare lo stato di aggregazione della materia stessa. Essa è espressa, come già illustrato in precedenza, dalla seguente relazione:

$$V = C - F + 2$$

Facendo riferimento alla Figura 48, tracciando una isobara, ad esempio quella alla pressione atmosferica, si passa, all'aumentare della temperatura, attraverso le tre fasi. In ciascuno dei tre settori, solido, liquido e gassoso, si definiscono punti che per la regola di Gibbs o delle fasi, sono bivalenti. Infatti:

$$V = C - F + 2 = 1 - 1 + 2 = 2$$

Variando ad esempio la temperatura e mantenendo costante la pressione, si rimane nella fase iniziale; in altre parole, pressione e temperatura possono essere variate indipendentemente l'una dall'altra senza variare lo stato di aggregazione della materia.

I punti appartenenti alle linee di equilibrio tra due stati, ad esempio il punto di fusione e quello di ebollizione normali, sono monovarianti. Esprimono infatti la coesistenza di due fasi. Applicando la regola di Gibbs, si ha:

$$V = C - F + 2 = 1 - 2 + 2 = 1$$



Variando ad esempio la temperatura, si deve far variare la pressione portandola all'unico valore che, a quella temperatura, consente di mantenere lo stesso stato iniziale.

Il punto triplo è zerovariante. Esso esprime la coesistenza dei tre stati e qualsiasi modifica di pressione o temperatura provoca un cambiamento di stato.

Infatti:

$$V = C - F + 2 = 1 - 3 + 2 = 0$$

In altre parole nessun parametro di stato può essere modificato indipendentemente dagli altri senza modificare lo stato di aggregazione della materia.

Il punto critico indica la condizione termodinamica al di sopra della quale non è più possibile avere il cambiamento di fase dallo stato di vapore a quello liquido, per cui la sostanza, per qualunque valore di pressione e temperatura, rimane allo stato gassoso.

Se rappresentiamo gli stati di aggregazione della materia su un diagramma di stato p-v (Figura 49), il punto critico è il punto di massimo della curva a campana, detta di Andrews, che racchiude la zona di coesistenza del liquido e del vapore. A sinistra della campana troviamo la zona del liquido e a destra quella del vapore. Le linee isoterme hanno andamento diverso a seconda della zona in cui sono tracciate. In particolare, al di sotto della campana il loro andamento coincide quello delle isobare ed è rettilineo. Esiste infatti una dipendenza univoca tra la pressione di saturazione e la temperatura a cui è calcolata:

$$p_s = p_s(T)$$

Tale segmento di retta si raccorda a sinistra e a destra con due linee curve andando a costituire nel complesso la linea isoterma considerata.

L'isoterma critica risulta tangente alla curva a campana nel suo punto di massimo (punto critico C), che costituisce un punto di flesso dell'isoterma stessa.

Esaminiamo ora l'andamento di una linea isobara.

- *Punto 1:*

rappresenta uno stato liquido bivalente, secondo la regola di Gibbs:  $V = 1 - 1 + 2 = 2$ . Più rigorosamente questo stato si definisce di liquido sottoraffreddato, poiché la sostanza si trova ad una temperatura minore di quella di saturazione alla sua stessa pressione.

- *Punto 2:*

rappresenta una condizione di liquido saturo, in equilibrio tra liquido e vapore; tale stato è monovariante:  $V = 1 - 2 + 2 = 1$ .

- *Punto 3:*

rappresenta uno stato di coesistenza tra due fasi, miscela di liquido e vapore. Procedendo dal punto 2 verso il punto 4 aumenta la quantità di vapore e diminuisce quella di liquido, poiché è in atto un processo di vaporizzazione che avviene a pressione e temperatura costanti. Lo stato è monovariante:  $V = 1 - 2 + 2 = 1$ .

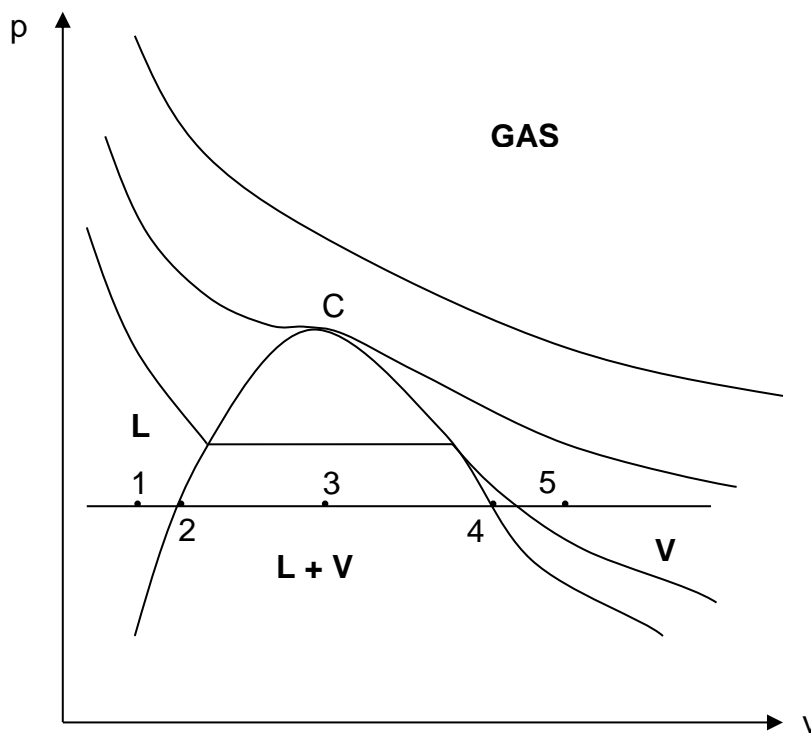
- *Punto 4:*

rappresenta una condizione limite oltre la quale non c'è più presenza di liquido e la sostanza è tutta allo stato di vapore: è detta condizione di vapore saturo secco, ancora monovariante, analogamente agli stati 2 e 3.

• *Punto 5:*

rappresenta lo stato di vapore, più rigorosamente di vapore surriscaldato, cioè ad una temperatura superiore a quella di saturazione alla sua stessa pressione. E' uno stato di nuovo bivalente:  $V = 1 - 1 + 2 = 2$

**Figura 49.** Diagramma p-v per una sostanza pura



Se ci troviamo nella zona al di sopra della temperatura critica la sostanza si può presentare solo allo stato gassoso. Qui le linee isoterme tendono ad avere un andamento iperbolico. Nel caso di gas a temperatura superiore a quella critica ed a pressioni molto basse, da cui ci si attende un comportamento ideale, le isoterme diventano iperboli equilateri.

All'interno di una miscela liquido-vapore si definisce "Titolo del vapore" il rapporto tra la massa del vapore e la massa totale della miscela:

$$x = \frac{M_v}{M_v + M_l}$$

in cui:

$M_v$ : massa del vapore nella miscela (kg);

$M_l$ : massa del liquido nella miscela (kg).

Indichiamo con  $M$  la massa totale della miscela e con  $V$  ( $m^3$ ) il suo volume, somma del volume occupato dal liquido  $V_l$  e di quello occupato dal vapore  $V_v$ . Indichiamo con  $v_l$  e  $v_v$ , rispettivamente, i volumi occupati dall'unità di massa del liquido e del vapore.

Possiamo scrivere le seguenti relazioni:

$$V = V_l + V_v$$

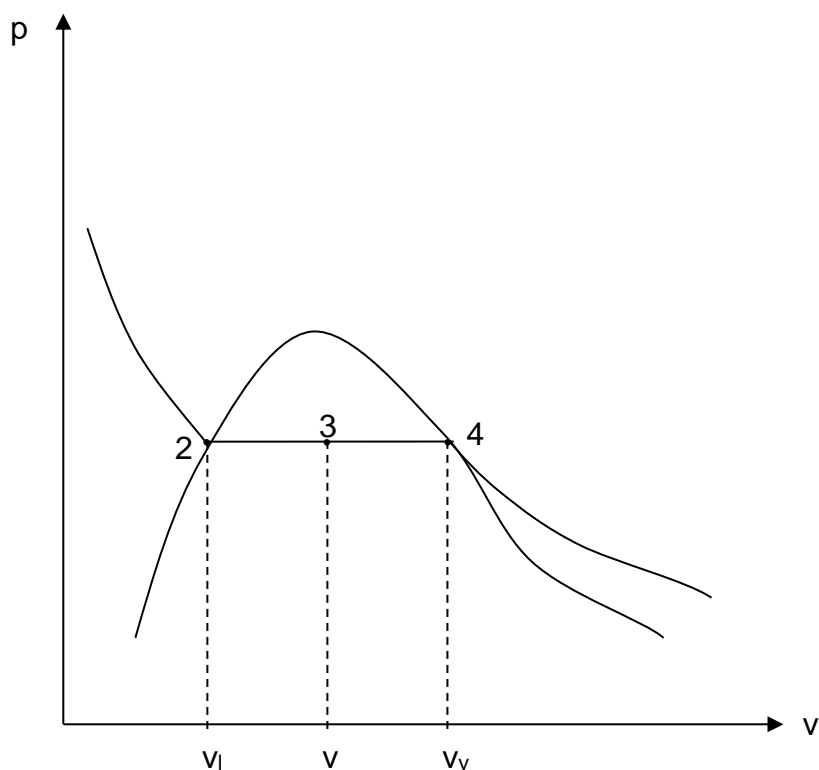
$$V_l = v_l \cdot M_l$$

$$V_v = v_v \cdot M_v$$

Con riferimento alla figura 50, possiamo affermare che nel punto 2 la sostanza è tutta liquida, per cui la sua coordinata sull'asse delle ascisse è  $v_l$ , mentre nel punto 4 è tutta allo stato di vapore per cui la sua ascissa è esattamente  $v_v$ . Il punto 3 invece è uno stato di coesistenza tra liquido e vapore, per cui la sua coordinata è la  $v$  generica, che esprime il volume specifico della miscela:

$$v = \frac{V}{M}$$

**Figura 50.** Rappresentazione grafica del titolo di vapore sul diagramma p-v



Dalla definizione del titolo di vapore abbiamo:

$$x = \frac{M_v}{M} \Rightarrow M_v = x \cdot M \quad \text{e} \quad M_l = M - M_v \Rightarrow M_l = (1 - x) \cdot M$$

A questo punto possiamo scrivere:

$$V = V_l + V_v = v_l \cdot M_l + v_v \cdot M_v = v_l \cdot (1 - x) \cdot M + v_v \cdot x \cdot M$$

da cui:

$$v \cdot M = v_l \cdot (1 - x) \cdot M + v_v \cdot x \cdot M \Rightarrow v - v_l = x \cdot (v_v - v_l) \Rightarrow x = \frac{v - v_l}{v_v - v_l}$$

In altre parole, il titolo è dato dal rapporto delle lunghezze dei due segmenti 2-3 e 2-4.  
Se  $v = v_l$ , allora si ha solo liquido ed  $x = 0$ , mentre se  $v = v_v$ , la sostanza è costituita solo da vapore, per cui si ha:  $x = 1$ .

## **CICLI TERMODINAMICI DIRETTI: Macchine termiche<sup>8</sup>**

Le macchine che hanno come scopo quello di trasformare ciclicamente in lavoro il calore disponibile da una sorgente termica sono dette macchine termiche o motrici e il loro funzionamento può essere descritto mediante cicli termodinamici diretti, in cui le trasformazioni che compongono il ciclo sono percorse in senso orario.

Per definire il funzionamento delle macchine motrici si ricorre alla descrizione di cicli diretti ideali a cui i cicli reali sono riconducibili di solito con buona approssimazione, almeno per considerazioni di carattere relativo sui parametri che influenzano le prestazioni ottenibili, permettendo di valutare la maggiore o minore efficienza della macchina al variare di questi. Al contrario, l'errore può essere non trascurabile se si vogliono determinare in modo assoluto i valori delle grandezze che caratterizzano il funzionamento di tali macchine, come ad esempio il rendimento. I cicli reali avvengono mediante trasformazioni che si realizzano a velocità finita, quindi in assenza di condizioni di equilibrio, e con fenomeni di attrito, dunque sono da considerarsi irreversibili. Il ricorso a trasformazioni reversibili si fa ipotizzando di trascurare tutte le cause di dissipazione e di considerare le trasformazioni infinitamente lente, cioè quasistatiche.

Abbiamo già visto come, tra i cicli ideali, il ciclo di Carnot diretto permetta di determinare il rendimento massimo ottenibile da una macchina motrice operante tra due sorgenti a diversa temperatura. Nel costruire tale ciclo si è ipotizzato di eliminare tutte le cause di irreversibilità, quali le differenze di temperatura tra fluido e sorgente nelle trasformazioni di scambio termico (irreversibilità esterne), nonché gli attriti e le cause di dissipazione che hanno luogo all'interno del fluido (irreversibilità interne). Inoltre si è finora considerato un fluido ideale (gas ideale) operante tra le due sorgenti.

Si è già detto che il rendimento di un ciclo diretto operante tra due sorgenti è pari a:

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

e nel ciclo di Carnot questo rendimento assume valore massimo pari a:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

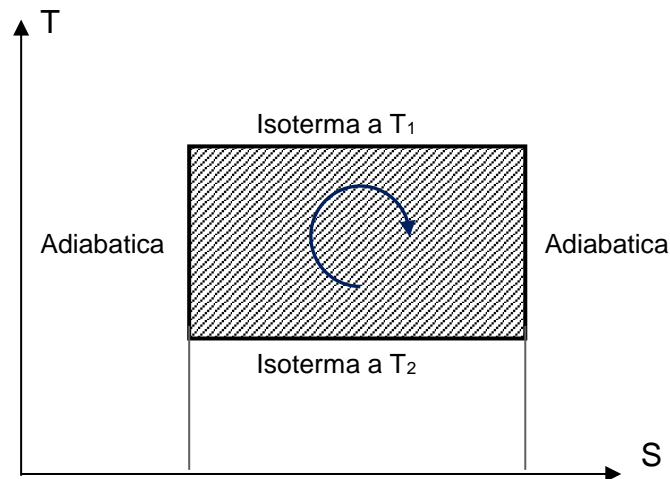
essendo, rispettivamente,  $T_1$  e  $T_2$  le temperature delle due sorgenti ( $T_1 > T_2$ ) e  $Q_1$  e  $Q_2$  le quantità di calore scambiate con tali sorgenti.

Tale rendimento è dunque tanto più elevato quanto maggiore è la temperatura  $T_1$  e minore la  $T_2$ , ma entrambe queste temperature risentono di limitazioni pratiche. La temperatura più elevata è limitata dalla capacità dei componenti meccanici dell'impianto di resistere a regimi termici molto severi, mentre la temperatura più bassa è limitata dallo stato termico in cui si trovano di solito le sorgenti ad elevata capacità termica disponibili (laghi, fiumi, atmosfera). E' stato inoltre già sottolineato come, sul diagramma T-S l'area racchiusa dal ciclo rappresenti la differenza tra le quantità di calore scambiate  $Q_1 - |Q_2|$ , che, per il I principio della Termodinamica, equivale, in un ciclo diretto a due sorgenti, al lavoro complessivamente scambiato dal sistema con l'esterno (cfr. Fig. 51).

---

<sup>8</sup> Paragrafo riservato agli studenti di Ingegneria

**Figura 51.** Ciclo di Carnot diretto su un diagramma entropico



Tale particolarità si verifica per tutte le trasformazioni cicliche reversibili per le quali è valida la relazione:

$$Q = \oint T \cdot dS$$

Per questo motivo, anche in un ciclo reversibile operante tra più sorgenti, l'area racchiusa dal ciclo sul diagramma entropico esprime sempre la somma algebrica delle quantità di calore scambiate, cioè il lavoro netto scambiato dal sistema con l'esterno.

Anche nel diagramma p-V l'area racchiusa da una trasformazione ciclica reversibile rappresenta il lavoro complessivamente scambiato dal sistema con l'esterno essendo questo calcolabile con la:

$$L = \oint p \cdot dV$$

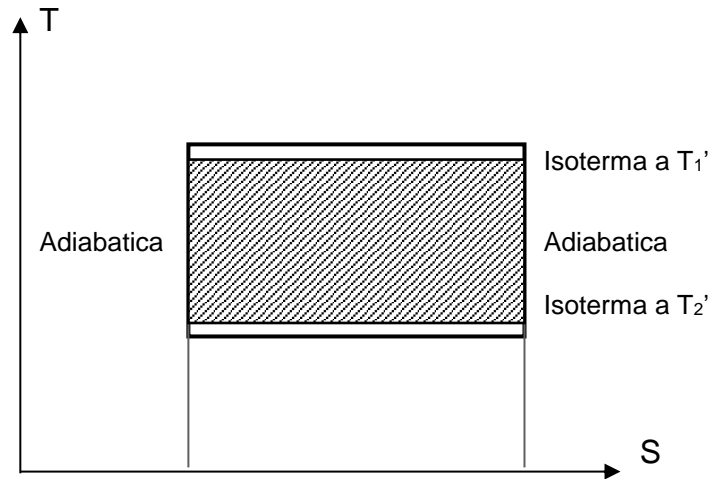
Facendo riferimento al ciclo di Carnot rappresentato sul diagramma T-S (Fig. 51) è possibile identificare graficamente sia il lavoro (area racchiusa dal ciclo) che il calore ricevuto dalla sorgente a più elevata temperatura (area sottesa dalla isoterma a  $T_1$ ), per cui si può visivamente quantificare l'aumento del rendimento ottenibile come rapporto tra le due aree considerate.

L'operazione di scambio termico reversibile, che presuppone che il fluido e la sorgente siano alla stessa temperatura e che questa rimanga costante lungo tutta la trasformazione, non è praticamente realizzabile poiché richiederebbe uno scambiatore di calore di dimensioni molto grandi ed un tempo infinitamente lungo (per garantire la quasistaticità della trasformazione).

Supponiamo allora di considerare un ciclo con due isoterme e due adiabatichette, in cui non siano rispettate le condizioni di reversibilità esterna, cioè in cui lo scambio termico tra fluido e sorgente avvenga con differenza finita di temperatura. In questo caso si parla solitamente di ciclo internamente reversibile (assenza di fenomeni dissipativi interni) ma esternamente irreversibile. Si può tener conto di tale irreversibilità immaginando di calcolare il rendimento

del ciclo di Carnot tra due temperature leggermente diverse da quelle delle due sorgenti,  $T_1'$  e  $T_2'$ , con  $T_1' < T_1$  e  $T_2' > T_2$ . (cfr. Fig. 52)

**Figura 52.** Ciclo diretto con irreversibilità esterne su un diagramma entropico



Il rendimento di tale ciclo diventa:

$$\eta = 1 - \frac{T_2'}{T_1'} < 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Tale valore dipende ancora dalle temperature del fluido lungo le due trasformazioni che sono però diverse da quelle delle sorgenti e che, dunque, danno luogo ad un rendimento inferiore.

L'impossibilità di realizzare praticamente il ciclo di Carnot non sminuisce la sua importanza in quanto esso può essere preso come riferimento per altri cicli ideali o reali, il cui rendimento può essere confrontato con quello di Carnot tra le temperature delle medesime sorgenti, che esprime il massimo valore teorico ottenibile.

Abbiamo finora trattato del ciclo di Carnot realizzato da un gas ideale e, per esso, abbiamo dimostrato che il rendimento massimo ottenibile è funzione delle sole temperature delle due sorgenti, come affermato dal teorema di Carnot.

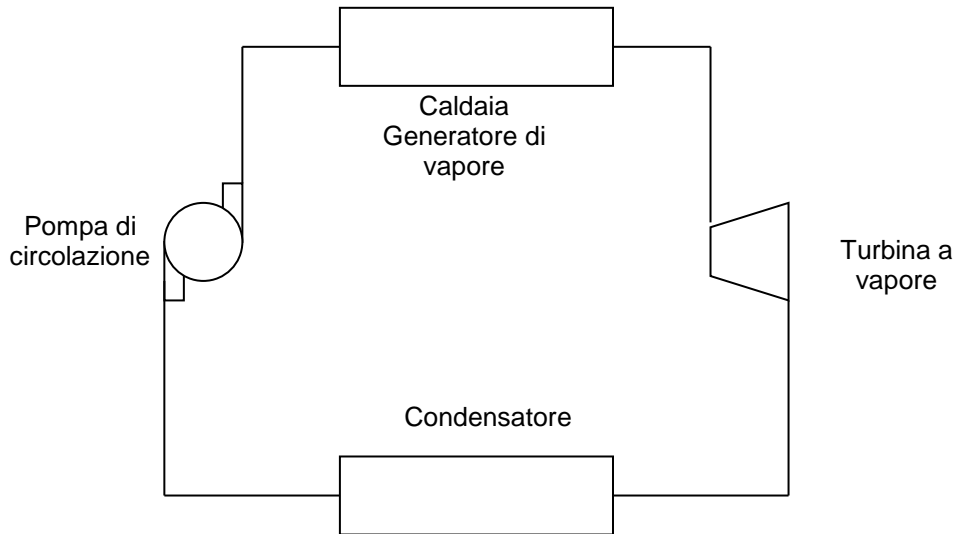
Si può ipotizzare di compiere il ciclo di Carnot con qualsiasi fluido, sulla base di quanto affermato dal teorema di Carnot; consideriamo ad esempio di prenderlo come riferimento ideale di un ciclo diretto in cui il fluido che evolve sia vapore acqueo.

Un impianto motore a compressione di vapore acqueo costituisce l'esempio tipico di ciclo termodinamico diretto. Esso sottende al funzionamento di una centrale per la generazione di energia elettrica che, nella sua versione più semplice, prevede gli elementi funzionali schematizzati nella figura 53.

Nella caldaia viene prodotto vapore acqueo a partire dall'acqua liquida in un processo di scambio termico che sfrutta la potenza termica prodotta nella combustione di combustibili fossili o in un generatore nucleare. Il vapore viene poi fatto espandere in una turbina la quale trasforma l'energia meccanica di espansione in energia elettrica attraverso un alternatore in asse con la turbina stessa. Successivamente il vapore viene fatto condensare in uno scambiatore di calore (condensatore) in cui gran parte del calore prodotto nel generatore, che non è stato possibile trasformare in lavoro, viene ceduta alla sorgente a più bassa

temperatura (pozzo termico), di solito costituita da un sistema di grossa capacità termica (lago, fiume, atmosfera).

**Figura 53.** Schema funzionale di un impianto motore a compressione di vapore

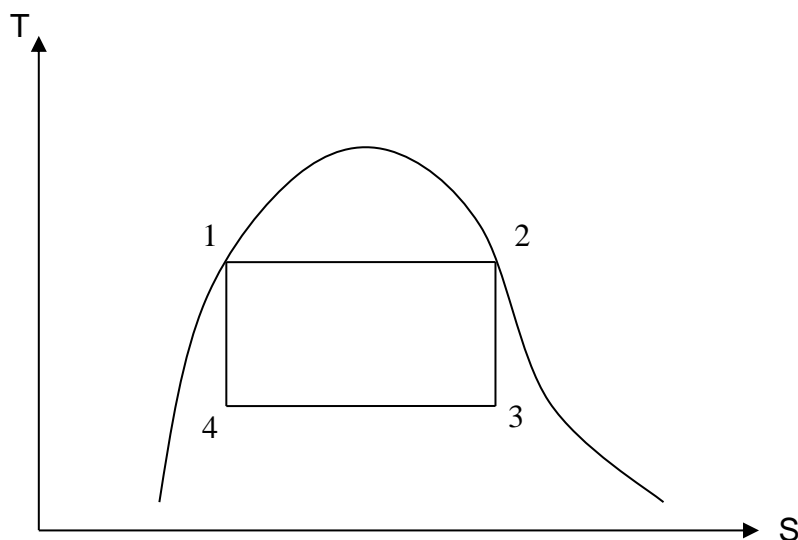


In alcuni casi (impianti di cogenerazione di energia termica ed elettrica) il calore perso viene recuperato e trasportato a distanza per poter riscaldare interi agglomerati urbani con la tecnica del teleriscaldamento. Si tenga presente che i rendimenti delle centrali termoelettriche sono piuttosto bassi, per cui la parte di calore prodotto non trasformata in lavoro è piuttosto elevata.

Al condensatore segue una pompa di circolazione che porta il fluido condensato nelle condizioni di pressione e temperatura corrispondenti all'ingresso in caldaia, dando continuità al ciclo.

Consideriamo un ciclo di Carnot diretto all'interno della zona bifase liquido vapore dell'acqua, come rappresentato in figura 54. Poiché esso è il ciclo di maggior rendimento tra quelli operanti tra due sorgenti, può essere preso in considerazione come ciclo ideale di riferimento per un impianto motore a compressione di vapore, ma comporta una serie di problemi che ne impediscono la realizzazione pratica.

**Figura 54.** Ciclo di Carnot diretto in zona bifase





Proviamo ad elencare di seguito tali difficoltà pratiche.

Le trasformazioni di scambio termico isoterma (1-2 e 3-4) avvengono in un fluido bifase, e consistono la prima in una vaporizzazione e la seconda in una condensazione. Questi due cambiamenti di stato garantiscono la isotermità delle trasformazioni relative, ma c'è un limite alla massima temperatura di esercizio, costituito dalla temperatura critica, che per l'acqua è di circa 647 K (374°C). Tale limite si ripercuote anche sul valore massimo ottenibile del rendimento del ciclo.

La trasformazione isoentropica 2-3 viene effettuata per far espandere il vapore in turbina. E' chiaro che, nella zona bifase il titolo di vapore diminuisce lungo l'espansione mentre aumenta la presenza di liquido. Di solito negli impianti con turbine a vapore, si cerca di non far scendere il titolo di vapore al di sotto del 90% per evitare danni alle pale della turbina, che vengono irrimediabilmente logorate dagli urti delle gocce di liquido presenti.

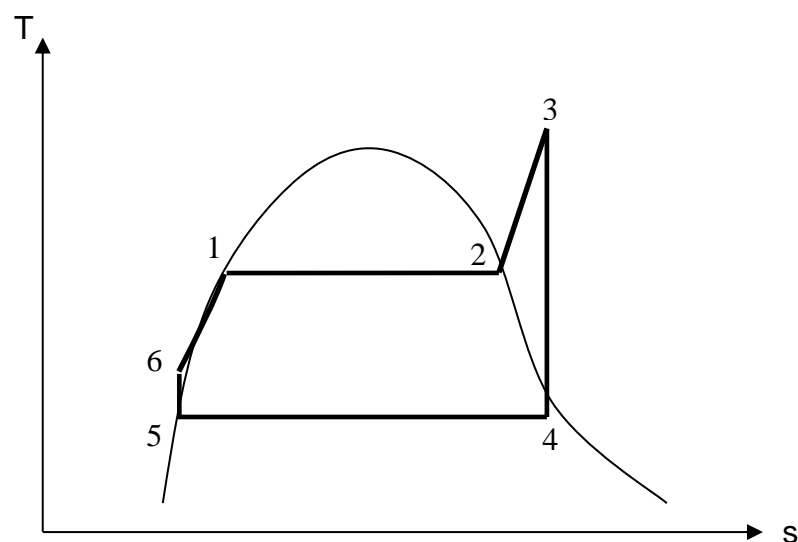
Ulteriori problemi si verificano poi nella fase di condensazione (3-4) e nella successiva compressione (4-1), poiché risulta praticamente impossibile controllare il cambiamento di stato in maniera tale da interromperlo esattamente nel punto 4 ed è tecnicamente di difficile realizzazione l'operazione di compressione di un fluido bifase.

Per questi motivi il ciclo di Carnot, non potendo essere realizzato praticamente, non può essere preso come riferimento ideale di un ciclo diretto a compressione di vapore.

### **CICLI DIRETTI A VAPORE: il ciclo di RANKINE<sup>9</sup>**

Per costruire un ciclo ideale che costituisca riferimento per un impianto motore a compressione di vapore, si devono operare delle modifiche al ciclo di Carnot, e costruire un ciclo (detto di Rankine) che costituisce realmente riferimento per un impianto a vapore. Il ciclo di Rankine ideale viene rappresentato in Figura 55.

**Figura 55. Ciclo di Rankine**



La trasformazione che riguarda lo scambio termico con la sorgente a più alta temperatura abbraccia tre fasi: la prima (6-1) in cui la caldaia cede calore all'acqua nello stato di liquido sotto raffreddato portandola fino alla temperatura di saturazione, la seconda (1-2) in cui

<sup>9</sup> Paragrafo riservato agli studenti di Ingegneria

avviene la completa vaporizzazione dell'acqua, e la terza (2-3) in cui il vapore viene surriscaldato fino alla temperatura massima ( $T_3$ ). Tutte e tre le fasi avvengono a pressione costante e possono essere rappresentate dalla linea isobara 6-1-2-3. La fase di surriscaldamento si rende necessaria allo scopo di far effettuare quasi per intero la successiva espansione in turbina da un fluido monofase (vapore) riducendo i rischi di rottura delle pale della turbina dovuti alla presenza di liquido. Il punto 4 pertanto si trova nella zona bifase ma molto più vicino, rispetto all'analogo punto del ciclo di Carnot, alla linea di saturazione.

Nel tratto 4-5 viene effettuata una trasformazione di condensazione, spinta fino alla totale trasformazione del vapore in liquido per ovviare alle difficoltà già esposte in precedenza che riguardano l'impossibilità di interrompere il processo ad un valore intermedio del titolo. Nel punto 5 il fluido si trova allo stato liquido ed entra in una pompa di circolazione in grado di fargli fare il salto di pressione e temperatura necessario per l'ingresso in caldaia nelle condizioni del punto 6.

Per analizzare dal punto di vista termodinamico le trasformazioni del ciclo possiamo far ricorso all'equazione del I principio in forma entalpica poiché si può schematizzare il funzionamento di ciascuno degli organi meccanici che costituiscono il ciclo considerandoli sistemi aperti in condizioni di flusso stazionario.

Si ha pertanto:

$$dq = dh + dl'$$

Potendo considerare tutte le trasformazioni come reversibili (ciclo ideale), sono valide le seguenti relazioni:

$$dq = T \cdot ds \qquad dl' = -v \cdot dp$$

Questo ci permette di considerare isoentropiche le due trasformazioni adiabatiche (3-4 e 5-6) e di considerare nullo il lavoro tecnico lungo le due trasformazioni di scambio termico (6-1-2-3 e 4-5).

Il lavoro compiuto dalla pompa di circolazione sul liquido è pari a:

$$dl' = -dh \Rightarrow l'_{56} = h_5 - h_6$$

Il calore ricevuto dal fluido in caldaia si può calcolare nel modo seguente:

$$dq = dh \Rightarrow q_{63} = h_3 - h_6$$

mentre quello che il fluido cede nella fase di condensazione è pari a:

$$dq = dh \Rightarrow q_{45} = h_5 - h_4$$

Infine si può calcolare il lavoro raccolto in turbina che sarà poi trasformato in energia elettrica accoppiando all'albero motore un generatore di energia elettrica (alternatore).

$$dl' = -dh \Rightarrow l'_{34} = h_3 - h_4$$

Il rendimento del ciclo può essere calcolato con la seguente espressione di validità generale:

$$\eta = \frac{l}{q_{in}}$$

essendo  $l$  il lavoro netto ottenuto dal ciclo e  $q_{in}$  il calore ricevuto dalla sorgente a più alta temperatura (caldaia).

Dal I principio della termodinamica, applicato ad una trasformazione ciclica, sappiamo che il lavoro complessivamente scambiato dal sistema con l'esterno equivale alla somma algebrica dei calori scambiati ( $\Delta u=0$ ), che in questo caso si traduce nella seguente espressione:

$$l = q_{63} - |q_{45}|$$

in cui è messo in evidenza che il calore di condensazione deve essere preso in valore assoluto essendo negativo perché ceduto dal fluido. Il lavoro così calcolato graficamente equivale all'area racchiusa dall'intero ciclo, poiché le altre due trasformazioni sono adiabatiche.

Si ha inoltre:

$$q_{in} = q_{63}$$

per cui si ottiene:

$$\eta = \frac{q_{63} - |q_{45}|}{q_{63}} = 1 - \frac{|q_{45}|}{q_{63}} = 1 - \frac{h_4 - h_5}{h_3 - h_6}$$

Si noti che nei sistemi aperti in regime stazionario si può applicare il I principio della termodinamica in entrambe le seguenti forme:

$$dq = dh + dl'$$

$$dq = du + dl$$

che in forma finita, per una generica trasformazione 1-2, si scrivono:

$$q_{12} = h_2 - h_1 + l'_{12}$$

$$q_{12} = u_2 - u_1 + l_{12}$$

In una trasformazione ciclica, il punto iniziale e quello finale coincidono ( $1 \equiv 2$ ), di conseguenza si possono considerare nulle sia la variazione di energia interna che la variazione di entalpia.

Pertanto si ha:

$$q_{12} = l'_{12}$$

$$q_{12} = l_{12}$$

da cui:

$$l'_{12} = l_{12}$$

Questo significa che nel ciclo di Rankine, come in ogni altro ciclo con trasformazioni reversibili di sistemi aperti, il rendimento può essere calcolato anche nel modo seguente:

$$\eta = \frac{l'}{q_{in}}$$

in cui  $l'$  rappresenta il lavoro tecnico netto scambiato dal sistema complessivamente con l'esterno, che può essere calcolato come differenza tra i valori assoluti dei lavori tecnici scambiati in turbina e alla pompa di circolazione.

Nel caso considerato si ha:

$$l' = l'_{34} - |l'_{56}| = h_3 - h_4 - (h_6 - h_5) = h_3 - h_6 - (h_4 - h_5)$$

da cui:

$$\eta = \frac{l'}{q_{in}} = \frac{h_3 - h_6 - (h_4 - h_5)}{h_3 - h_6} = 1 - \frac{h_4 - h_5}{h_3 - h_6}$$

ottenendo lo stesso risultato avuto in precedenza.

Il valore del rendimento ottenuto è senz'altro minore di quello di Carnot operante tra le stesse sorgenti termiche, che assumerebbe il seguente valore:

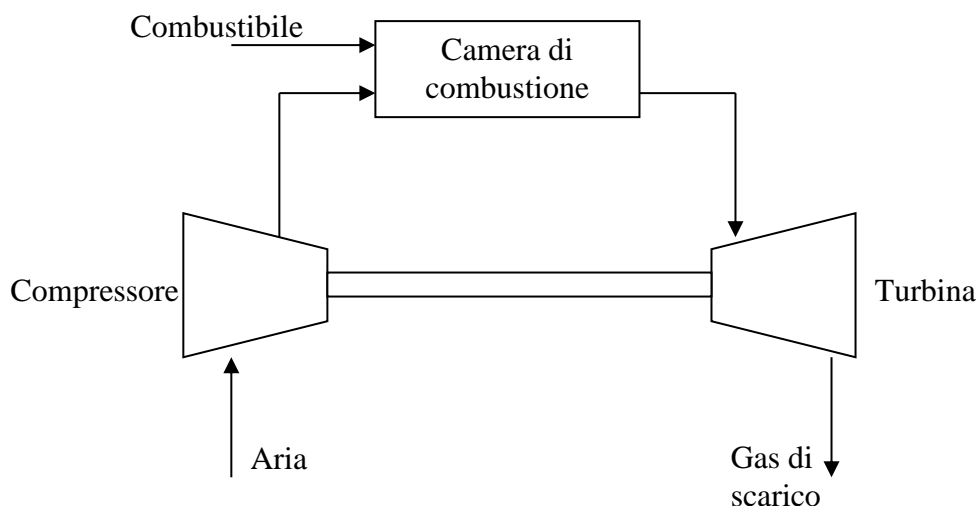
$$\eta = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_4}{T_3}$$

## CICLI DIRETTI A GAS: il ciclo di BRAYTON<sup>10</sup>

Un'altra tipologia di cicli diretti è costituita da quelli in cui il fluido è costantemente allo stato gassoso (cicli diretti a gas), come i motori per la trazione automobilistica e gli impianti di produzione dell'energia elettrica con turbine a gas. Nei motori automobilistici l'energia termica viene prodotta in un processo di combustione che avviene all'interno del sistema (motori a combustione interna). Si tratta di motori a ciclo aperto perché il gas che evolve nel ciclo viene continuamente espulso (gas di scarico) e reimmesso (aria) all'interno dei cilindri dove subisce le trasformazioni termodinamiche. I rendimenti dei motori a benzina o diesel per autotrazione sono molto bassi; infatti, anche nei casi di maggiore efficienza, solo il 20-30% dell'energia disponibile dalla combustione del combustibile viene convertita in lavoro meccanico. Alla base di questi motori possiamo considerare i cicli termodinamici Otto e Diesel.

Gli impianti con turbina a gas per la produzione di energia elettrica utilizzano invece cicli diretti aperti come quello schematizzato in Figura 56.

**Figura 56.** Schema di funzionamento di un impianto motore con turbina a gas



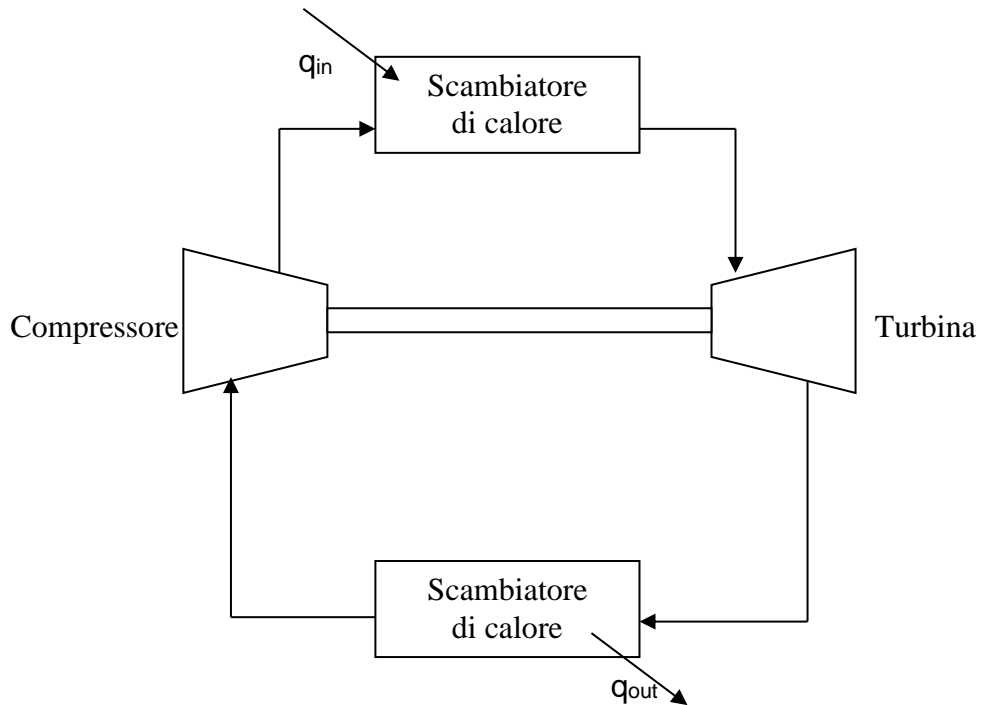
L'impianto preleva dall'ambiente aria che viene compressa nel compressore prima di entrare nella camera di combustione dove il combustibile immesso viene bruciato in un processo isobaro, producendo gas combusti che si espandono in una turbina fino alla pressione atmosferica per essere scaricati in atmosfera senza rientrare in circolo.

Per descrivere il funzionamento di un ciclo diretto a gas si ricorre ad alcune approssimazioni. In particolare, il ciclo reale aperto viene ricondotto ad un ciclo chiuso internamente reversibile in cui si immagina che il fluido evolvente sia aria a comportamento ideale, con calori specifici costanti. Inoltre il processo di combustione viene sostituito da una trasformazione in cui venga fornito al fluido calore da una sorgente esterna lungo una trasformazione isobara, mentre il rinnovo di fluido, che avviene nella realtà mediante le fasi di espulsione dei gas di scarico ed immissione di nuova aria nel compressore, viene sostituito con un processo isobaro con sottrazione di calore che riporta il fluido nelle condizioni iniziali.

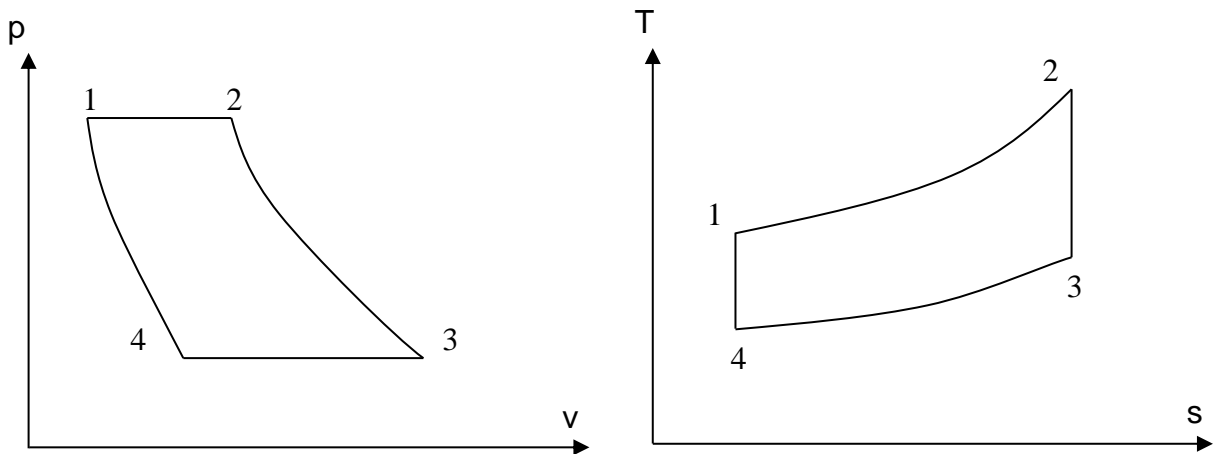
<sup>10</sup> Paragrafo riservato agli studenti di Ingegneria

Si ottiene così il ciclo di Brayton, il cui schema funzionale è descritto nella Figura 57, mentre in Figura 58 vengono anche riportate sui diagrammi p-v e T-s le quattro trasformazioni internamente reversibili che lo compongono.

**Figura 57.** Schema funzionale di un ciclo di Brayton



**Figura 58.** Rappresentazione grafica di un ciclo di Brayton



1-2: trasformazione isobara reversibile lungo la quale il gas riceve calore dalla sorgente a più alta temperatura;

2-3: trasformazione isoentropica (adiabatica reversibile) di espansione in turbina;

3-4: trasformazione isobara reversibile lungo la quale il gas cede calore alla sorgente a

più bassa temperatura;

4-1: trasformazione isoentropica (adiabatica reversibile) di compressione del gas.

Il rendimento di questo ciclo può essere calcolato con la formula consueta:

$$\eta = \frac{l}{q_{in}} = \frac{q_{in} - |q_{out}|}{q_{in}} = 1 - \frac{|q_{out}|}{q_{in}}$$

da cui, con riferimento alla figura 58:

$$\eta = 1 - \frac{h_3 - h_4}{h_2 - h_1}$$

Per le assunzioni fatte, considerando l'aria un gas ideale a calore specifico costante, possiamo scrivere:

$$\eta = 1 - \frac{c_p \cdot (T_3 - T_4)}{c_p \cdot (T_2 - T_1)} = 1 - \frac{T_4 \cdot \left(\frac{T_3}{T_4} - 1\right)}{T_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)}$$

Facendo sempre riferimento alla Figura 58, considerando le due trasformazioni adiabatiche 2-3 e 4-1, si ha:

$$p_2 \cdot v_2^K = p_3 \cdot v_3^K \qquad p_4 \cdot v_4^K = p_1 \cdot v_1^K$$

Facendo ricorso alla I legge di stato dei gas ideali, si ha:

$$p_2 \cdot \left(\frac{R \cdot T_2}{p_2}\right)^K = p_3 \cdot \left(\frac{R \cdot T_3}{p_3}\right)^K \Rightarrow p_2^{\frac{1-K}{K}} \cdot T_2 = p_3^{\frac{1-K}{K}} \cdot T_3 \Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{p_2}{p_3}\right)^{\frac{1-K}{K}}$$

$$p_4 \cdot \left(\frac{R \cdot T_4}{p_4}\right)^K = p_1 \cdot \left(\frac{R \cdot T_1}{p_1}\right)^K \Rightarrow p_4^{\frac{1-K}{K}} \cdot T_4 = p_1^{\frac{1-K}{K}} \cdot T_1 \Rightarrow \frac{T_4}{T_1} = \left(\frac{p_1}{p_4}\right)^{\frac{1-K}{K}}$$

Essendo:

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{p_2}{p_3} \Rightarrow \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4}$$

si ottiene:

$$\eta = 1 - \frac{T_4}{T_1} = 1 - \left( \frac{p_1}{p_4} \right)^{\frac{1-k}{k}}$$

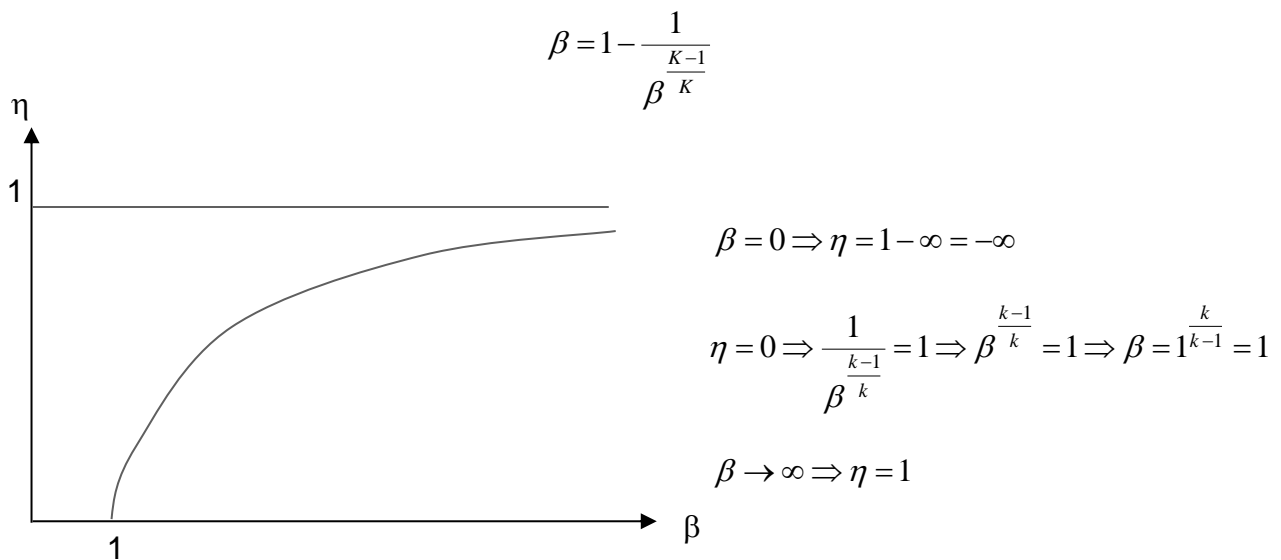
Indicando con  $\beta$  il rapporto di compressione si ha:

$$\beta = \frac{p_1}{p_4} = \frac{p_2}{p_3} \Rightarrow \eta = 1 - \beta^{\frac{1-k}{k}} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}}$$

Da questa espressione si evince che il rendimento dipende solo dal rapporto di compressione ed aumenta all'aumentare di questo. Tale andamento resta valido anche per gli impianti motori reali con turbina a gas. Un limite al valore del rendimento è posto dalla massima temperatura del ciclo che coincide con la temperatura di ingresso in turbina. Tale valore massimo è dato da quello che le pale della turbina sono in grado di sopportare. La moderna tecnologia è in grado oggi di produrre pale per turbine a gas in grado di resistere a temperature superiori a 1400 °C. La temperatura massima imposta condiziona il valore del rapporto di compressione ritenuto ottimale.

L'espressione del rendimento in funzione del rapporto di compressione mostra come questo aumenti sempre all'aumentare di  $\beta$ , come illustrato in Figura 59.

**Figura 59.** Andamento del rendimento con il rapporto di compressione in un ciclo di Brayton



Calcolando la derivata prima della funzione  $\eta$  si ottiene:

$$\eta' = -\frac{1-k}{k} \cdot \beta^{\frac{1-k}{k}-1} = -\frac{1-k}{k} \cdot \beta^{\frac{1-k-k}{k}} = -\frac{1-k}{k} \cdot \beta^{\frac{1-2k}{k}} = \frac{k-1}{k} \cdot \beta^{\frac{1-2k}{k}}$$



L'espressione ottenuta è sicuramente maggiore di zero poiché data dal prodotto di due termini entrambi positivi, per cui la funzione è sempre crescente.

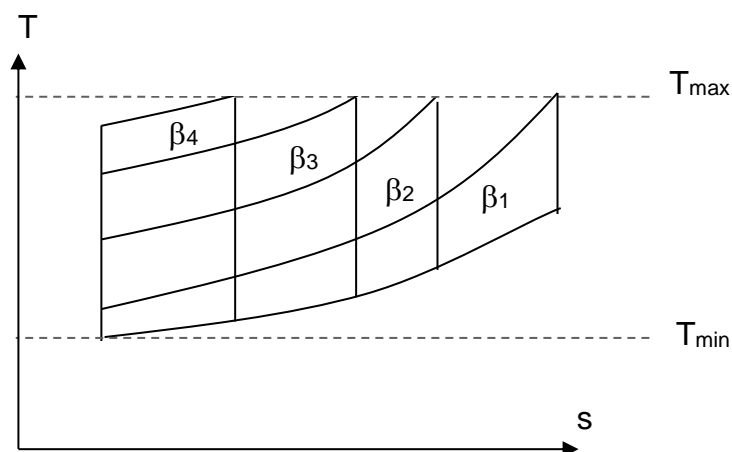
Dunque, all'aumentare del rapporto di compressione, il rendimento aumenta costantemente. Da questo punto di vista, risulterebbe pertanto conveniente far crescere il più possibile il rapporto di compressione. Fissate, però, le due temperature estreme del ciclo, il lavoro netto compiuto dal ciclo tende inizialmente ad aumentare all'aumentare del rapporto di compressione, ma superato un certo valore limite, l'andamento si inverte ed esso diminuisce, come evidenziato nella Figura 60.

Questo significa che, per valori troppo elevati di  $\beta$ , si hanno sì valori del rendimento molto alti, ma la quantità di lavoro ottenuta risulta troppo piccola.

Con valori del lavoro piccoli, per ottenere la potenza desiderata, si devono adottare portate in massa molto elevate, con aumento delle dimensioni del sistema. Questo potrebbe risultare economicamente svantaggioso. Si deve allora trovare un compromesso tra le due esigenze contrastanti e lo si fa di solito adottando valori di  $\beta$  compresi tra 11 e 16.

Nei casi più favorevoli si possono raggiungere rendimenti termici del ciclo superiori al 30%.

**Figura 60.** Rappresentazione grafica del lavoro per diversi valori del rapporto di compressione



## TERMODINAMICA DELL'ARIA UMIDA

Nel presente capitolo si affronterà il tema delle trasformazioni termodinamiche che subisce l'aria o all'interno degli ambienti abitati o negli impianti di climatizzazione preposti alla realizzazione delle condizioni di benessere termoigrometrico negli interni.

L'aria che respiriamo è costituita da una miscela di gas, tra cui il vapore acqueo. Di qui l'aggettivo umido. In tutti i casi che considereremo l'aria umida sarà trattata come una miscela di gas a comportamento ideale. Tra i gas componenti possiamo raggruppare in un unico elemento, detto "aria secca", l'ossigeno  $O_2$ , l'azoto  $N_2$  ed altri, quali ad esempio l'argon Ar, l'anidride carbonica  $CO_2$ , che si presentano in quantità più piccole, mentre il vapore acqueo costituisce l'elemento umido della miscela. In definitiva l'aria umida può essere considerata una miscela binaria a comportamento ideale composta da aria secca e vapore acqueo. Nella tabella seguente sono riportate le percentuali in massa ed in volume di ciascun gas che costituisce la miscela, oltre che le masse molecolari relative.

<b>ARIA SECCA</b>	$\bar{M}$ (kg/kmole)	% volume	% massa
$O_2$	32	21	23
$N_2$	28	78	75,5
Ar	40	0,93	1,3
$CO_2$	44	0,03	0,04

Nell'aria troviamo inoltre polveri, particelle in sospensione e fumi in misura proporzionale al grado di inquinamento da cui è caratterizzata.

L'aria secca può essere considerata un componente unico, poiché durante le trasformazioni, che hanno luogo all'interno delle macchine di trattamento degli impianti di climatizzazione, la sua composizione non varia se non in misura molto ridotta. Al contrario il componente umido può variare anche significativamente, come avviene ad esempio nelle trasformazioni di umidificazione o deumidificazione. Per questa ragione, nella definizione delle grandezze termodinamiche specifiche relative all'aria umida, dette anche grandezze psicrometriche, si userà come riferimento non l'intera massa dell'aria umida ma solo quella del componente secco. Questa assunzione è ampiamente giustificata dal fatto che la quantità di vapore presente in una certa massa d'aria è sempre molto piccola rispetto a quella dell'aria secca.

### LEGGE DI DALTON

Si definisce "pressione parziale" di un componente di una miscela di gas il valore della pressione che caratterizzerebbe quel componente se, da solo, occupasse il volume occupato dall'intera miscela.

Per le miscele di aeriformi, possiamo considerare valida la "Legge di Dalton", la quale afferma che "la pressione totale di una miscela è data dalla somma delle pressioni parziali dei singoli componenti":

$$p = \sum_{i=1}^n p_i$$

Applicando la legge di Dalton all'aria umida che è costituita da due soli componenti, possiamo scrivere:

$$p = p_a + p_v$$

dove:

$p_a$ : pressione parziale dell'aria secca (Pa);

$p_v$ : pressione parziale del vapore acqueo (Pa).

In tutte le trasformazioni che esamineremo considereremo l'aria a pressione atmosferica, pari, a 101,325 kPa.

### GRANDEZZE PSICROMETRICHE FONDAMENTALI

Definiamo “*umidità specifica*” il rapporto tra la massa di vapore e quella di aria secca presenti in un certo volume d'aria umida. Tale grandezza si misura in grammi di vapore per kilogrammi di aria secca.

$$x = \frac{M_v}{M_a} \quad \left[ \frac{g_v}{kg_a} \right]$$

Considerando aria secca e vapore come due gas ideali, possiamo applicare ad essi la I legge di stato, come segue:

$$p_v \cdot V = M_v \cdot R_v \cdot T \Rightarrow M_v = \frac{p_v \cdot V}{R_v \cdot T}$$

$$p_a \cdot V = M_a \cdot R_a \cdot T \Rightarrow M_a = \frac{p_a \cdot V}{R_a \cdot T}$$

Da cui si ottiene:

$$\frac{M_v}{M_a} = \frac{\frac{p_v \cdot V}{R_v \cdot T}}{\frac{p_a \cdot V}{R_a \cdot T}} = \frac{p_v \cdot V}{R_v \cdot T} \cdot \frac{R_a \cdot T}{p_a \cdot V} = \frac{R_a}{R_v} \cdot \frac{p_v}{p_a} = 0,622 \cdot \frac{p_v}{p_a}$$

In definitiva si può esprimere l'umidità specifica in funzione delle pressioni parziali, nel modo seguente:

$$x = \frac{M_v}{M_a} = 0,622 \cdot \frac{p_v}{p_a} = 0,622 \cdot \frac{p_v}{p_{atm} - p_v}$$

Un'altra grandezza strettamente legata al contenuto di vapore nell'aria è l'"umidità relativa", che possiamo definire come la *massa di vapore presente in una certa miscela di aria umida fratto quella che renderebbe satura la miscela alla stessa temperatura*:

$$\varphi = \frac{M_v}{M_{vs}} \Big|_T$$

Mentre l'umidità specifica esprime l'effettiva quantità di vapore presente in una miscela, l'umidità relativa indica piuttosto la distanza di una miscela di aria umida dallo stato di saturazione. E' una grandezza che si misura in quantità percentuali e dà l'informazione di quanto vapore sia ancora necessario alla miscela considerata perché a quella stessa temperatura, raggiunga le condizioni di saturazione. Se  $\phi$  vale 1 (100%), diremo che l'aria è satura, cioè contiene la massima quantità di vapore possibile alla sua temperatura; se ad esempio  $\phi$  vale 0,5 (50%), allora nell'aria è presente una quantità di vapore che è pari alla metà di quella che renderebbe satura la miscela alla stessa temperatura.

La saturazione è una condizione termodinamica strettamente dipendente dalla temperatura: la stessa quantità di vapore, definita dal medesimo valore dell'umidità specifica, dà luogo a valori diversi dell'umidità relativa a diverse temperature.

In particolare, l'aria secca ha maggiori capacità di contenere in miscela il vapore a temperature più elevate, per cui grosse quantità di vapore possono dare, ad elevate temperature, bassi valori di umidità relativa, mentre a basse temperature piccole quantità di vapore possono dar luogo alla saturazione.

Anche in questo caso possiamo applicare la I legge di stato dei gas ideali:

$$p_v \cdot V = M_v \cdot R_v \cdot T \Rightarrow M_v = \frac{p_v \cdot V}{R_v \cdot T}$$

$$p_{vs} \cdot V = M_{vs} \cdot R_v \cdot T \Rightarrow M_{vs} = \frac{p_{vs} \cdot V}{R_v \cdot T}$$

In definitiva:

$$\varphi = \frac{M_v}{M_{vs}} \Big|_T = \frac{p_v}{p_{vs}} \Big|_T$$

Definiamo ancora l'"umidità assoluta" o "*densità di vapore acqueo*" come il *rapporto tra la massa di vapore presente nella miscela ed il suo volume*. Questa grandezza si misura in grammi di vapore per metri cubi:

$$d = \frac{M_v}{V} \quad \left[ \frac{g_v}{m^3} \right]$$

La relazione esistente tra l'umidità relativa e quella assoluta è la seguente:

$$\varphi = \frac{M_v}{M_{vs}} \Big|_T = \frac{d_v}{d_{vs}} \Big|_T$$

dove  $d_{v,s}$  è la densità di vapore acqueo in condizioni di saturazione alla stessa temperatura.

Si definisce ancora il "volume specifico" come il volume occupato dall'unità di massa di aria secca:

$$v = \frac{V}{M_a} \quad \left[ \frac{m^3}{kg} \right]$$

Infine esprimiamo l'"entalpia" dell'aria umida come somma della componente relativa all'aria secca e di quella relativa al vapore:

$$H = H_a + H_v \quad [J]$$

Naturalmente si può scrivere:

$$H = H_a + H_v = M_a \cdot h_a + M_v \cdot h_v \quad [J]$$

Per definire l'entalpia specifica dell'aria umida è necessario riferire l'entalpia alla massa di aria secca, ottenendo:

$$h = \frac{H}{M_a} = \frac{M_a \cdot h_a + M_v \cdot h_v}{M_a} = h_a + \frac{M_v}{M_a} \cdot h_v = h_a + x \cdot h_v \quad 11$$

Applicando il I Principio della Termodinamica nella forma utilizzata per i sistemi aperti, considerando nullo il lavoro tecnico, si ha che la quantità di calore per unità di massa scambiata all'interno di una trasformazione di riscaldamento da uno stato termodinamico 1 ad un altro 2, equivale ad una variazione di entalpia specifica tra i due stati:

$$dq = dh + dl'$$

$$dl' = 0 \Rightarrow dq = dh \Rightarrow q_{12} = h_2 - h_1$$

---

<sup>11</sup> Per coerenza dimensionale in questa relazione e nei suoi sviluppi analitici successivi l'umidità specifica  $x$  è espressa in  $[kg_v/kg_a]$

Possiamo pertanto calcolare il calore per unità di massa necessario per far passare l'aria umida da uno stato iniziale 0, caratterizzato da entalpia specifica  $h_0$  e temperatura  $t_0$ , e lo stato attuale ad entalpia specifica  $h$  e temperatura  $t$ , come variazione della sua entalpia specifica tra i due stati e considerare questa come somma delle componenti relative all'aria secca ed al vapore.

$$h - h_0 = c_{pa} \cdot (t - t_0) + x \cdot [r_0 + c_{pv} \cdot (t - t_0)]$$

in cui è messo in evidenza che, mentre il calore fornito all'aria secca consta solo di una componente sensibile, quello relativo al vapore prevede sia una componente sensibile che una latente, essendo  $r_0$  il calore latente di vaporizzazione dell'acqua alla temperatura  $t_0$ . Mediante questa relazione è possibile dunque esprimere l'entalpia specifica in funzione della temperatura della miscela, una volta individuato uno stato di riferimento ad entalpia nulla, che è quello, convenzionalmente scelto, corrispondente ad una temperatura di  $0^\circ\text{C}$ .

$$t_0 = 0 \Rightarrow h_0 = 0 \Rightarrow h = c_{pa} \cdot t + x \cdot (r_0 + c_{pv} \cdot t)$$

L'equazione scritta, una volta risolta in forma parametrica, consente di disegnare il cosiddetto *diagramma psicrometrico*, che è un diagramma di stato relativo all'aria umida, dove possono essere rappresentate tutte le linee in cui, di volta in volta, ciascuno dei parametri termodinamici descritti rimane costante.

Si tratta di un diagramma di stato, tracciato a pressione costante, pari alla pressione atmosferica, che prevede tre assi fondamentali:

- asse orizzontale delle temperature  $t$  ( $^\circ\text{C}$ );
- asse verticale delle umidità specifiche  $x$  ( $\text{g}_\text{v}/\text{kg}_\text{a}$ )
- asse obliquo delle entalpie specifiche  $h$  ( $\text{kJ}/\text{kg}_\text{a}$ )

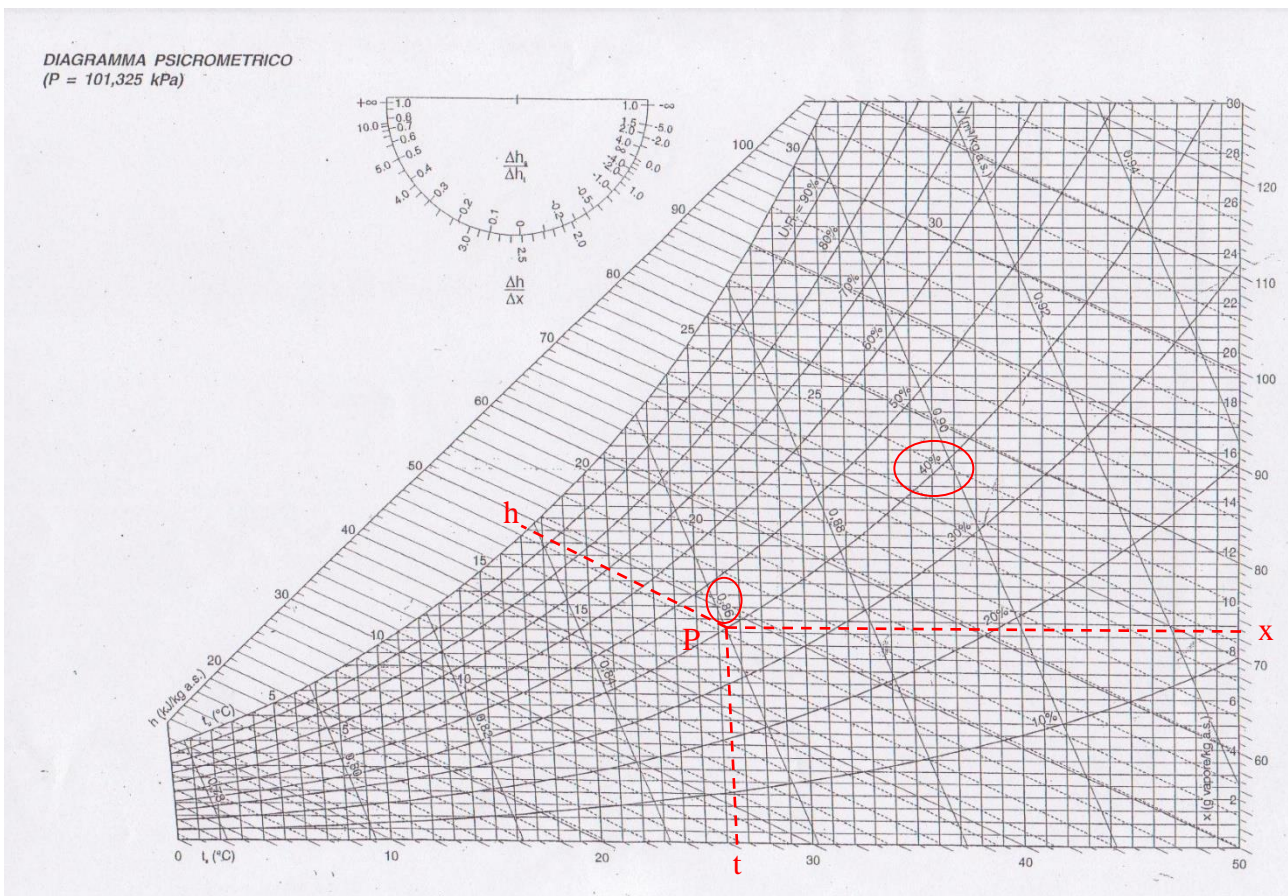
Su tale diagramma è possibile individuare punti rappresentativi dello stato termodinamico dell'aria. Nota una coppia di coordinate, si individua il punto che descrive lo stato in cui si trova l'aria e si leggono i valori assunti da tutte le altre grandezze di stato.

In particolare, oltre alle linee isoterme, a quelle ad umidità specifica costante o isotitolo, ed alle isoentalpiche, riferite ai tre assi, sono facilmente individuabili le linee a umidità relativa costante, tra cui in particolare la linea di saturazione, e le isocore, a volume specifico costante, mediante le quali tutte le grandezze psicrometriche fondamentali riferite ad un particolare stato termodinamico dell'aria umida sono agevolmente determinabili.

Nella figura 61 è riportato un esempio di determinazione di uno stato termodinamico dell'aria sul diagramma psicrometrico.

Nel caso rappresentato il punto P è caratterizzato da una temperatura di circa  $26,5^\circ\text{C}$ , una umidità specifica di poco meno di  $9 \text{ g}_\text{v}/\text{kg}_\text{a}$ , una umidità relativa del 40%, una entalpia specifica di  $49 \text{ kJ}/\text{kg}_\text{a}$  ed un volume specifico pari a  $0,86 \text{ m}^3/\text{kg}_\text{a}$

**Figura 61.** Diagramma psicrometrico



### **TRASFORMAZIONI DELL'ARIA UMIDA A PRESSIONE TOTALE COSTANTE**

I possibili trattamenti dell'aria umida per usi civili ed industriali più frequenti comprendono processi combinati di trasformazioni più semplici, quali il riscaldamento ed il raffreddamento sensibile, l'umidificazione e la deumidificazione, la miscelazione tra masse diverse di aria umida, tra aria ed acqua polverizzata o tra aria ed un getto di vapore. Dapprima saranno presi in considerazione i processi più elementari e, successivamente, gli stessi verranno studiati nelle loro combinazioni più frequenti, tipiche del condizionamento estivo ed invernale.

I processi che subisce l'aria nelle varie parti di un impianto di climatizzazione mirano a realizzare condizioni di benessere termoigrometrico negli ambienti interni. Gli studi più recenti su questo tema consentono di affermare che le condizioni ambientali ottimali per gli occupanti di un interno prevedono una temperatura dell'aria intorno a 26 °C d'estate e 20°C d'inverno con una umidità relativa compresa tra il 40 ed il 60 % in entrambe le condizioni.

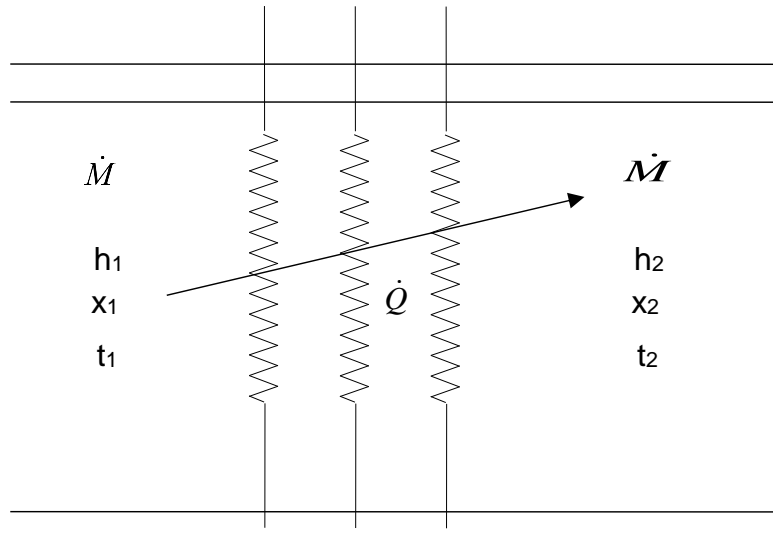
### **RISCALDAMENTO E RAFFREDDAMENTO SENSIBILE DELL'ARIA UMIDA**

Prendiamo dapprima in esame il riscaldamento ed il raffreddamento sensibile considerati come processi semplici, non accompagnati, cioè, da variazioni di umidità specifica, che comporterebbero necessariamente scambi di calore latente.

Si ha riscaldamento sensibile quando l'aria acquista energia termica e mantiene inalterato il proprio contenuto di vapore d'acqua: la temperatura aumenta, l'umidità specifica si mantiene costante mentre l'umidità relativa diminuisce: l'aria, quindi, diventa più asciutta.

Un esempio di riscaldamento sensibile è quello che avviene in una corrente d'aria che lambisce la superficie esterna di una batteria di tubi (scambiatore di calore) percorsi all'interno da un fluido più caldo.

**Figura 62.** Schema di un processo di riscaldamento o di raffreddamento sensibile



Si consideri il processo di riscaldamento sensibile schematicamente rappresentato nella figura 62, in condizioni di flusso termico stazionario.

Per il principio della conservazione della massa, applicato separatamente ai due componenti aria asciutta e vapore d'acqua, si ha:

$$\dot{M}_1 = \dot{M}_2 = \dot{M}$$

$$M \cdot x_1 = M \cdot x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$$

per cui la portata dell'aria asciutta rimane la stessa nella sezione di ingresso ed in quella di uscita ed, analogamente, l'umidità specifica rimane costante.

Per il principio della conservazione dell'energia, essendo nullo il lavoro tecnico scambiato con l'esterno, si ha:

$$dq = dh \Rightarrow \dot{q}_{12} = h_2 - h_1$$

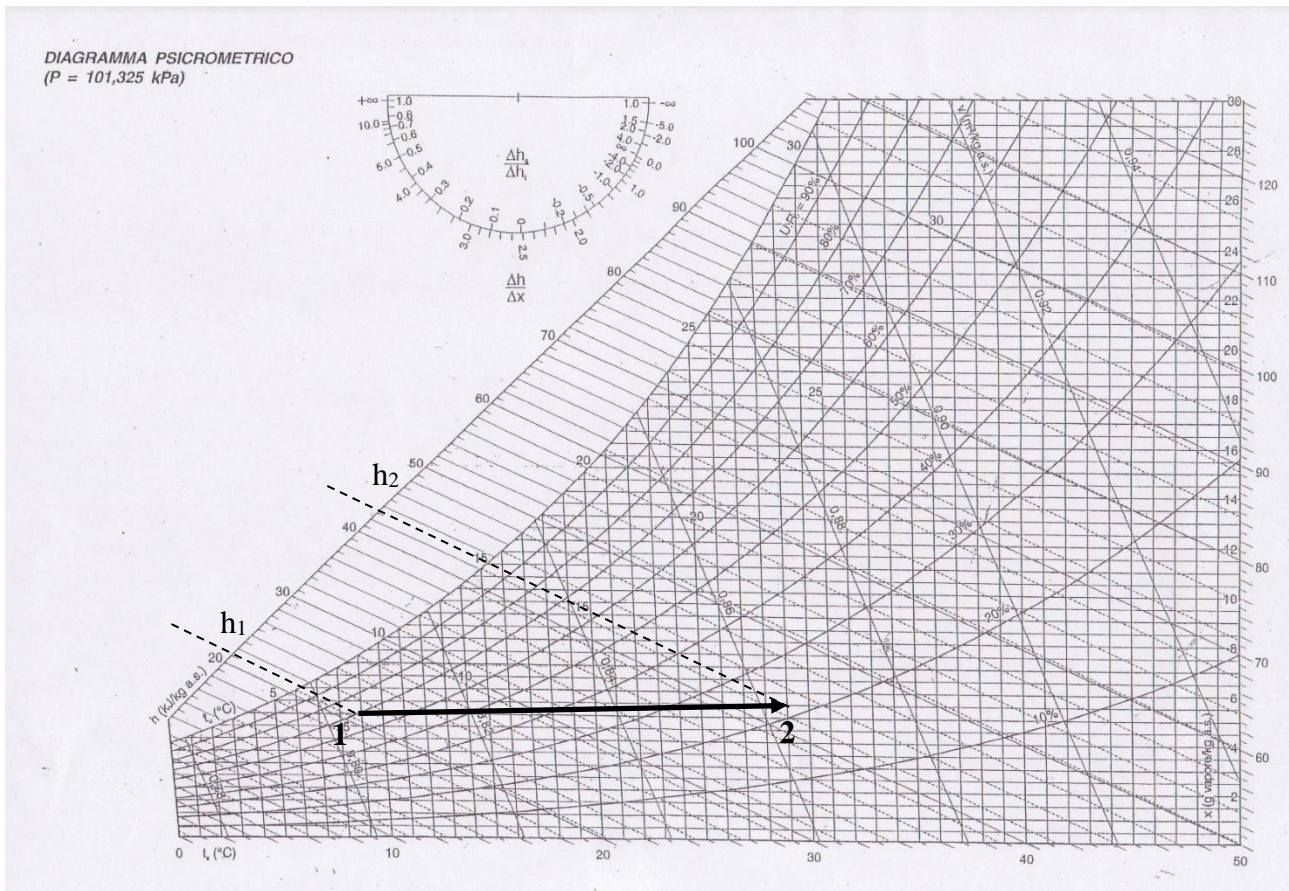
da cui:

$$\dot{Q}_{12} = \dot{M} \cdot (h_2 - h_1)$$

dove  $\dot{Q}_{12}$  rappresenta la potenza termica fornita alla portata d'aria dallo scambiatore di calore.



**Figura 63.** Rappresentazione sul diagramma psicrometrico di un processo di riscaldamento sensibile



La potenza termica può quindi essere determinata direttamente rilevando sul diagramma psicrometrico i valori delle due entalpie specifiche, di inizio e di fine riscaldamento, e moltiplicando la loro differenza per la portata di aria asciutta.

La portata d'aria si determina dal dimensionamento termodinamico dell'impianto, previa verifica di compatibilità con i valori richiesti dalla normativa vigente volti ad assicurare nell'ambiente le condizioni igieniche necessarie allo svolgimento delle attività previste.

In mancanza del diagramma, o per riscaldamenti sensibili che si estendono oltre la zona coperta dal diagramma, o quando è richiesta una maggiore accuratezza nei risultati, si deve scegliere la via analitica, in sostituzione di quella grafica. Per procedere utilmente si debbono conoscere gli stati termodinamici dell'aria all'ingresso ed all'uscita, e si deve conoscere la portata di aria umida.

La portata può essere quella volumetrica  $\dot{V}$  ( $\text{m}^3\text{s}^{-1}$ ) o quella ponderale  $\dot{M}$  ( $\text{kg s}^{-1}$ ).

Tra le due vale la seguente relazione:

$$\dot{M} = \rho \dot{V}$$

dove  $\rho$  ( $\text{kg m}^{-3}$ ) è la densità, o quella inversa:

$$\dot{V} = v \cdot \dot{M}$$

dove  $v$  ( $\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$ ) rappresenta il volume specifico.

Infine, per dimensionare lo scambiatore di calore, è necessario conoscere la potenza termica che deve essere garantita durante il processo. Questa può essere valutata tramite l'equazione precedentemente scritta che consente di calcolarla in funzione della differenza di entalpia. Tale relazione, tenendo conto che  $x_1 = x_2 = x$ , può essere scritta nella forma seguente, ricordando l'espressione dell'entalpia specifica dell'aria umida precedentemente definita:

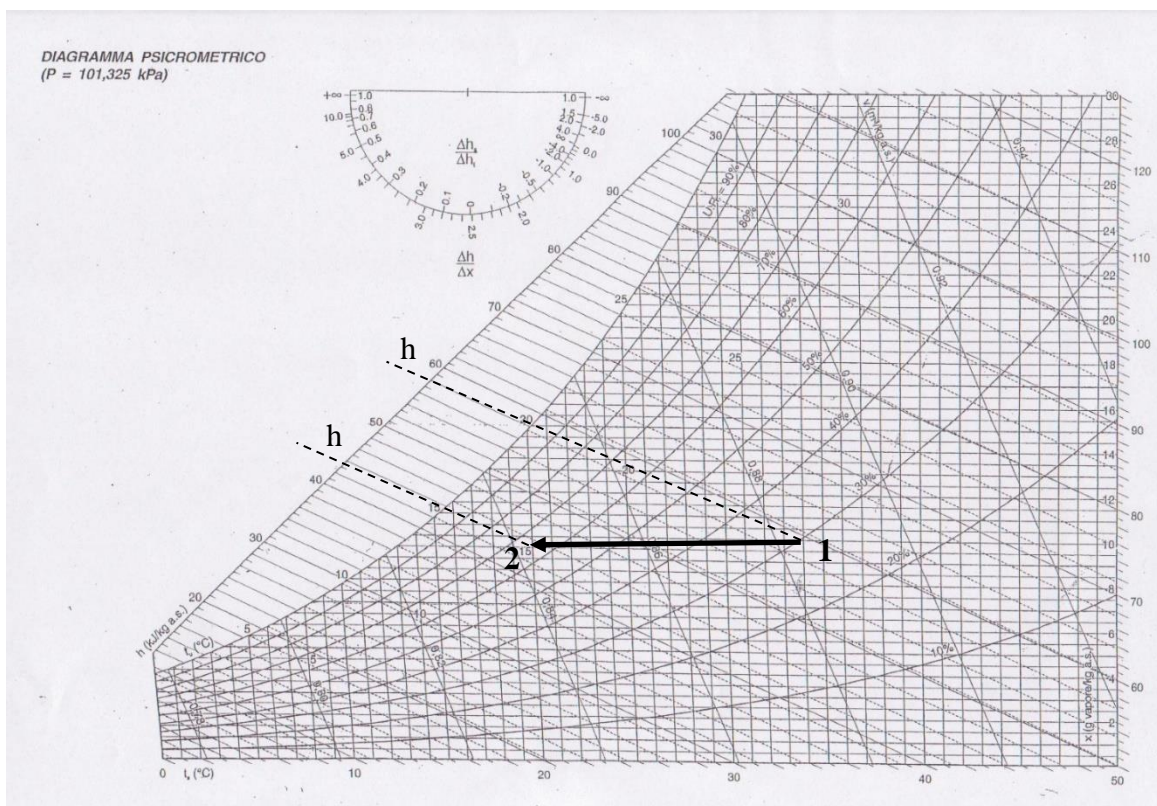
$$\dot{Q}_{12} = \dot{M} (h_2 - h_1) = \dot{M} (c_{pa} + x c_{pv}) \cdot (t_2 - t_1) \quad 12$$

che, sostituendo i valori numerici dei calori specifici dell'aria secca e del vapore, diventa:

$$\dot{Q}_{12} = \dot{M} (1 + 1.92x) \cdot (t_2 - t_1) \quad 13$$

Il raffreddamento sensibile, invece, è il processo che avviene quando l'aria umida viene a contatto con una parete la cui temperatura superficiale è minore della temperatura dell'aria. Facendo riferimento allo schema di Figura 62, tale trattamento viene effettuato con uno scambiatore di calore al cui interno scorre un fluido freddo (di solito acqua raffreddata a monte da una macchina frigorifera) in grado di asportare calore dall'aria che lo attraversa. Nella Figura 64 è rappresentato un processo di raffreddamento sensibile sul diagramma psicrometrico.

**Figura 64.** Rappresentazione sul diagramma psicrometrico di un processo di raffreddamento sensibile



<sup>12</sup> Per coerenza dimensionale in questa relazione e nella successiva l'umidità specifica  $x$  è espressa in  $[\text{kg}_v/\text{kg}_a]$

<sup>13</sup> La quantità  $1 + 1.92x$  rappresenta il calore specifico dell'aria umida, che vale mediamente  $1,02 \text{ kJ/kg}_a$ , essendo la  $x$  variabile tra  $0$  e  $0,03 \text{ kg}_v/\text{kg}_a$

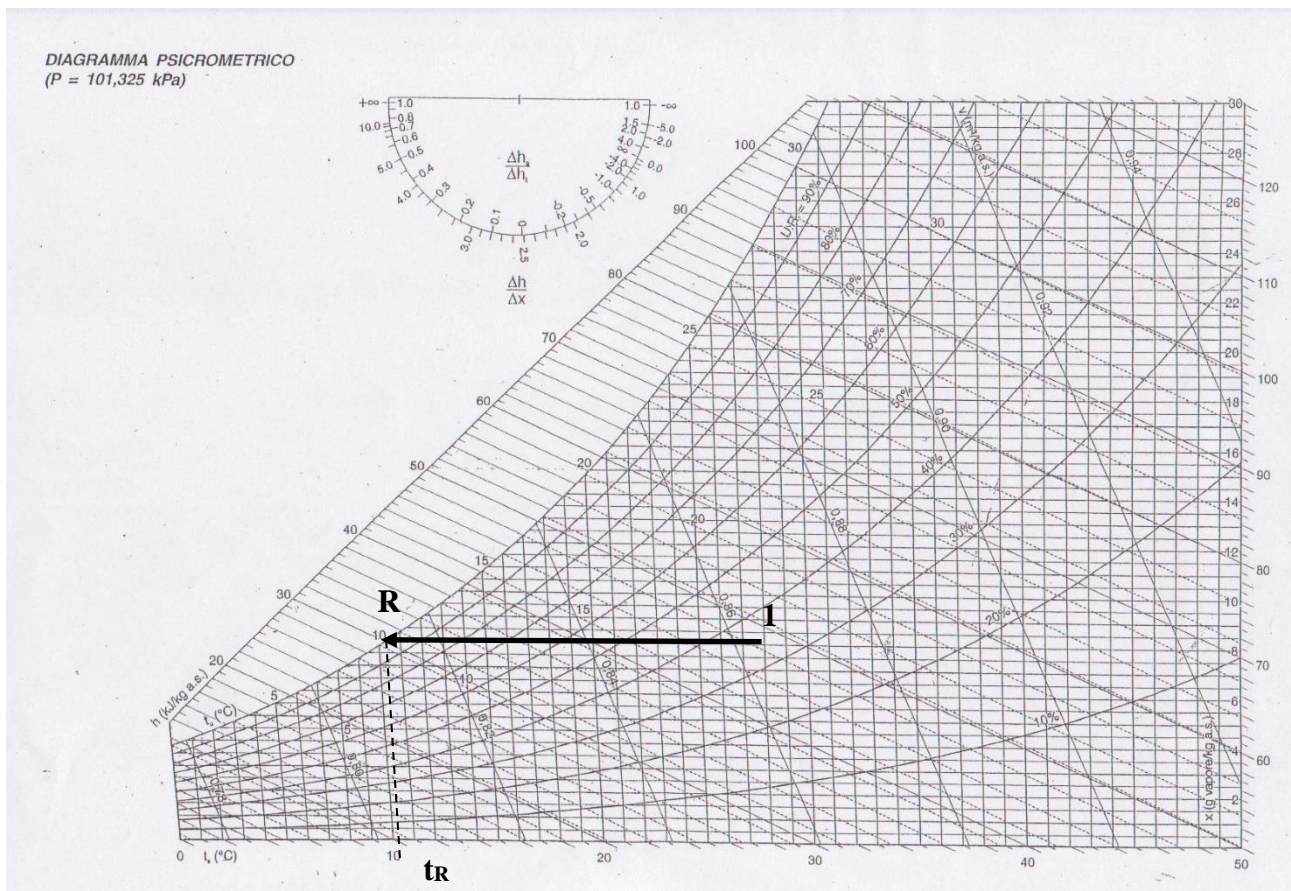
Come si nota dal diagramma psicrometrico, il processo di raffreddamento sensibile avviene ad umidità specifica costante, mentre l'abbassamento di temperatura fa aumentare l'umidità relativa. Se la temperatura superficiale della batteria di tubi è molto bassa è possibile che l'aria raggiunga le condizioni di saturazione. In questo caso la linea che rappresenta la trasformazione interseca la linea di saturazione sul diagramma psicrometrico nel punto R detto "punto di rugiada". Il punto di rugiada è caratterizzato da una temperatura detta appunto "temperatura di rugiada". In figura 65 viene rappresentato un trattamento di raffreddamento sensibile spinto fino alla temperatura di rugiada dell'aria.

Pertanto possiamo definire la temperatura di rugiada dell'aria di un ambiente quella di saturazione che si raggiunge attraverso un processo di raffreddamento sensibile, in cui, come detto, rimane costante l'umidità specifica.

Se la temperatura dell'aria, durante un raffreddamento sensibile, raggiunge la temperatura di rugiada  $t_R$ , si innesca il fenomeno della condensa. Se si vuole impedire tale fenomeno all'interno di un ambiente è dunque necessario mantenere tutte le superfici ad una temperatura maggiore di quella di rugiada.

Per il raffreddamento sensibile vale quanto già detto per il riscaldamento sensibile, dal momento che vale la stessa impostazione per i bilanci di massa e di energia, con l'unica differenza imposta dal punto di rugiada: il raffreddamento rimane sensibile fino a quando la temperatura si mantiene maggiore di quella di rugiada.

**Figura 65.** Rappresentazione sul diagramma psicrometrico di un processo di raffreddamento sensibile spinto fino alla temperatura di rugiada



## MISCELAZIONE

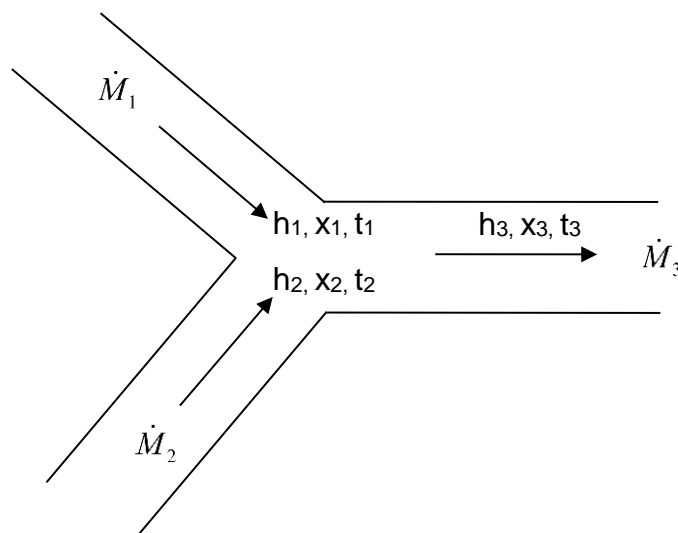
La miscelazione di due portate d'aria umida è un processo fondamentale negli impianti di condizionamento con ricircolo d'aria, molto utili e consigliati per motivi di risparmio energetico. Il ricircolo, cioè il riutilizzo dell'aria già trattata dall'impianto e recuperata dagli ambienti condizionati, consente infatti un efficace risparmio energetico sia in condizioni invernali che estive, poiché miscelando l'aria primaria (prelevata dall'esterno) con aria di ricircolo, si effettua di fatto un trattamento di preriscaldamento in regime invernale e di preraffreddamento in regime estivo, entrambi in modo gratuito.

La miscelazione avviene anche dentro gli stessi ambienti da condizionare tra l'aria già presente e l'aria immessa forzatamente attraverso le bocchette. A questo proposito si noti che l'aria immessa deve trovarsi in uno stato termodinamico tale da portare e mantenere l'aria ambiente nelle condizioni finali desiderate per il comfort definibili in funzione della destinazione d'uso.

Per descrivere le modalità con cui avviene un processo di miscelazione facciamo riferimento alla sezione di miscelazione adiabatica della macchina di trattamento aria di un impianto di climatizzazione. Il funzionamento di tale sezione è descritto schematicamente nella figura 66. Ovviamente la adiabaticità è una condizione essenziale, anche se teorica, per effettuare un efficace risparmio energetico. E' infatti auspicabile che tra le due portate d'aria, quella primaria prelevata dall'esterno e quella di ricircolo proveniente dagli ambienti trattati, avvenga uno scambio termico senza dispersioni e senza ingressi di calore.

La portata  $\dot{M}_1$  entra nelle condizioni caratterizzate dalle coordinate  $h_1, x_1$  e  $t_1$  e si miscela con la portata  $\dot{M}_2$  che entra nelle condizioni  $h_2, x_2$  e  $t_2$ . Dalla miscela adiabatica delle due portate in ingresso viene prodotta una portata  $\dot{M}_3$  nelle condizioni  $h_3, x_3$  e  $t_3$ .

**Figura 66.** Schema di funzionamento di una sezione di miscelazione adiabatica



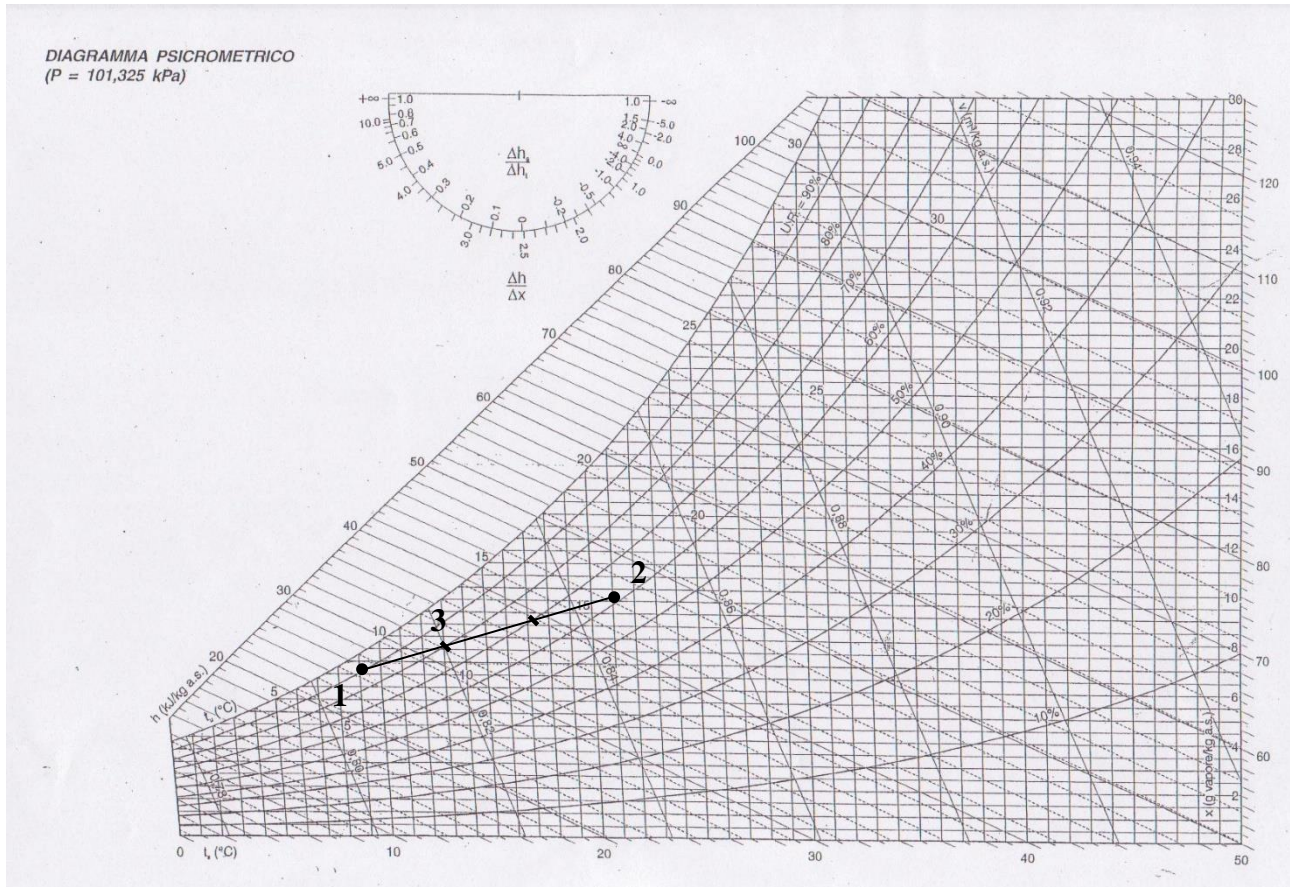
In Figura 67 i punti 1 e 2 rappresentano gli stati termodinamici delle due portate in ingresso.

Per i principi della conservazione della massa e dell'energia nelle due sezioni di ingresso e nella sezione di uscita del miscelatore, possiamo scrivere le seguenti equazioni:

- conservazione della massa dell'aria asciutta:  $\dot{M}_3 = \dot{M}_1 + \dot{M}_2$
- conservazione della massa del vapore:  $\dot{M}_3 \cdot x_3 = \dot{M}_1 \cdot x_1 + \dot{M}_2 \cdot x_2$
- conservazione dell'energia:  $\dot{M}_3 \cdot h_3 = \dot{M}_1 \cdot h_1 + \dot{M}_2 \cdot h_2 \pm \dot{Q}$

dove  $\dot{Q}$  è la potenza termica scambiata con l'esterno nel caso di non adiabaticità delle pareti del miscelatore.

**Figura 67.** Miscelazione adiabatica di due portate d'aria umida



Quando la miscelazione può essere considerata adiabatica ( $\dot{Q}=0$ ), l'equazione di conservazione dell'energia è scritta nel modo seguente:

$$\dot{M}_3 \cdot h_3 = \dot{M}_1 \cdot h_1 + \dot{M}_2 \cdot h_2$$

Risolviendo, in questo caso, le tre equazioni che costituiscono il sistema si ottiene:

$$x_3 = \frac{\dot{M}_1 x_1 + \dot{M}_2 x_2}{\dot{M}_3}$$

$$h_3 = \frac{\dot{M}_1 h_1 + \dot{M}_2 h_2}{\dot{M}_3}$$

Lo stato dell'aria umida all'uscita dal miscelatore è individuato, dunque, nel piano h-x, dal punto di coordinate h ed x calcolate come medie ponderate, rispettivamente, delle entalpie specifiche e delle umidità specifiche dei punti 1 e 2. In tali medie l'elemento di ponderazione è rappresentato dalle portate d'aria asciutta che attraversano le due sezioni di ingresso.

Il risultato ottenuto è lo stesso che si otterrebbe se si cercasse, in un sistema di assi coordinati h ed x, il baricentro di un sistema di masse concentrate nei punti 1 e 2. In questa analogia, possiamo considerare il punto 3 come il baricentro del sistema costituito dalle due masse, proporzionali alle due portate, localizzate, sul diagramma psicrometrico, ciascuna nel punto caratteristico del proprio stato termodinamico. Le distanze dal baricentro (*bracci*) dei punti estremi, ove sono localizzate le due masse, sono in rapporto inverso con le portate. Pertanto il punto 3, rappresentativo della miscela, si trova sulla congiungente 1-2, a distanze inversamente proporzionali al rapporto delle portate.

Se supponiamo noto il rapporto tra le portate, pari a  $\frac{\dot{M}_1}{\dot{M}_2} = N$ , allora il punto 3 si troverà a

distanze da 1 e da 2 che stanno nel rapporto  $\frac{31}{32} = \frac{1}{N}$ .

In Figura 67 è rappresentata la soluzione grafica per il caso in cui la portata  $\dot{M}_1$  sia il doppio della portata  $\dot{M}_2$

Il sistema di tre equazioni ottenuto nel caso di miscelazione adiabatica tra due portate d'aria può essere risolto anche nella maniera seguente:

$$\dot{M}_3 = \dot{M}_1 + \dot{M}_2$$

$$\dot{M}_3 \cdot x_3 = \dot{M}_1 \cdot x_1 + \dot{M}_2 \cdot x_2 \Rightarrow (\dot{M}_1 + \dot{M}_2) \cdot x_3 = \dot{M}_1 \cdot x_1 + \dot{M}_2 \cdot x_2 \Rightarrow \dot{M}_1 \cdot (x_3 - x_1) = \dot{M}_2 \cdot (x_2 - x_3)$$

$$\dot{M}_3 \cdot h_3 = \dot{M}_1 \cdot h_1 + \dot{M}_2 \cdot h_2 \Rightarrow (\dot{M}_1 + \dot{M}_2) \cdot h_3 = \dot{M}_1 \cdot h_1 + \dot{M}_2 \cdot h_2 \Rightarrow \dot{M}_1 \cdot (h_3 - h_1) = \dot{M}_2 \cdot (h_2 - h_3)$$

Da cui si ottiene:

$$\frac{\dot{M}_1}{\dot{M}_2} = \frac{x_2 - x_3}{x_3 - x_1} \quad \text{e} \quad \frac{\dot{M}_1}{\dot{M}_2} = \frac{h_2 - h_3}{h_3 - h_1}$$

da cui:

$$\frac{x_2 - x_3}{x_3 - x_1} = \frac{h_2 - h_3}{h_3 - h_1}$$

L'ultima equazione scritta è la condizione di allineamento di tre punti, che nello specifico rappresentano gli stati dell'aria nelle due sezioni di ingresso ed in quella di uscita: lo stato dell'aria all'uscita dal miscelatore si trova, quindi, sulla retta passante per i due punti rappresentativi degli stati iniziali delle due portate d'aria.

Inoltre, poiché sia sull'asse x che sull'asse h il punto 3 si trova a distanze da 1 e da 2 inversamente proporzionali al rapporto tra le portate, come espresso dalle equazioni precedenti, tale relazione è valida anche sul segmento 12, ottenendo lo stesso risultato ottenuto col precedente metodo.

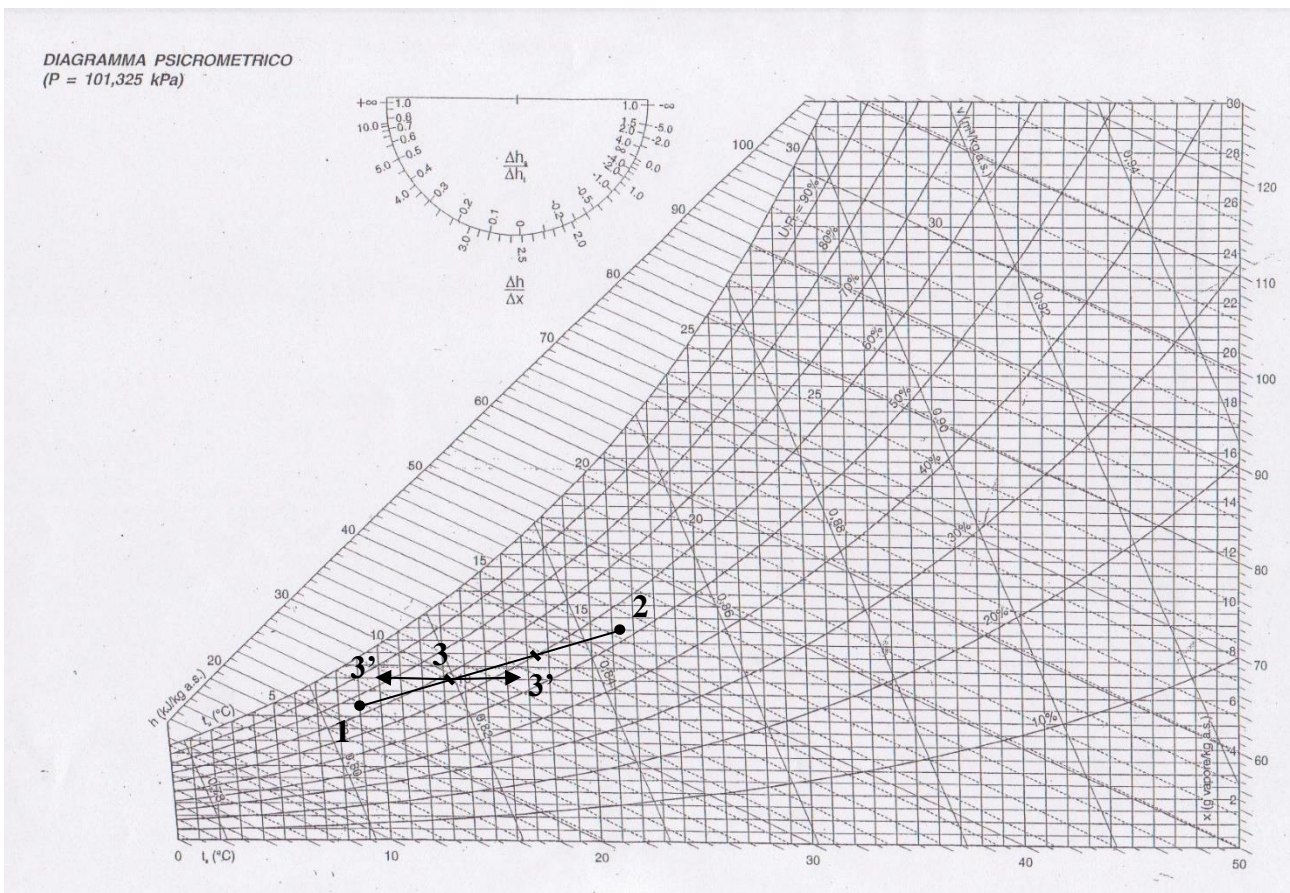
Nel caso di miscelazione non adiabatica ( $\dot{Q} \neq 0$ ) il punto finale ha la stessa umidità specifica dello stato di fine miscelazione adiabatica, ma l'entalpia questa volta è data da:

$$h_{3'} = \frac{\dot{M}_1 h_1 + \dot{M}_2 h_2}{\dot{M}_3} \pm \frac{\dot{Q}}{\dot{M}_3} = h_3 \pm \frac{\dot{Q}}{\dot{M}_3}$$

dove  $h_3$  è l'entalpia finale della miscelazione adiabatica.

Sul diagramma psicrometrico il punto 3' che rappresenta la miscelazione non adiabatica delle due portate può essere determinato a partire dalla posizione del punto 3 precedentemente trovato, facendo variare la sua entalpia, ad umidità specifica costante, in aumento se la potenza termica è entrante nella macchina, ed in diminuzione, se invece è uscente. In Figura 68 sono rappresentati i due casi suddetti di miscelazione non adiabatica.

**Figura 68.** Miscelazione non adiabatica di due portate d'aria umida



## TRATTAMENTO INVERNALE

### PROCESSO COMBINATO DI RISCALDAMENTO ED UMIDICAZIONE

In regime invernale l'aria prelevata dall'esterno ed eventualmente miscelata con quella di ricircolo deve essere riscaldata per poter assicurare le condizioni di benessere negli ambienti interni una volta introdotta mediante le canalizzazioni che fanno parte dell'impianto di climatizzazione. Nel riscaldamento sensibile però, come già sottolineato, l'umidità relativa diminuisce, mentre resta costante l'umidità specifica. Se l'abbassamento dell'umidità relativa va oltre i limiti richiesti per il benessere bisogna umidificare l'aria per riportarla alle condizioni richieste.

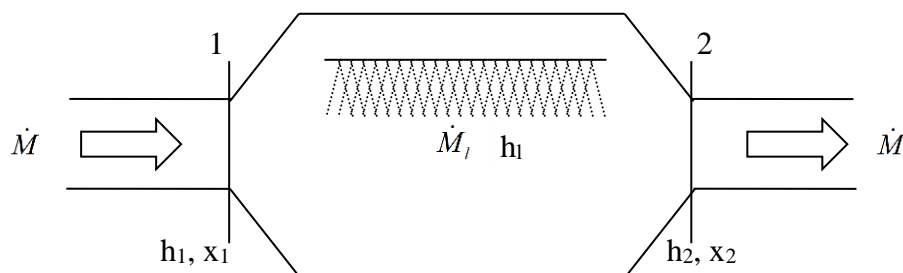
L'umidificazione di una portata di aria si può realizzare provocando il contatto tra questa ed una massa d'acqua compatta o nebulizzata, oppure mediante un getto di vapore secco a bassa temperatura, generalmente non disponibile soprattutto in impianti residenziali.

In ambienti industriali possono, invece, trovarsi disponibili fonti di vapore a bassa temperatura, per esempio sopra vasche d'acqua a cielo aperto o in tratti di impianti di produzioni particolari, dalle quali spillare le quantità di vapore necessarie per l'umidificazione dell'aria. Per il condizionamento civile residenziale, l'umidificazione si realizza sempre tramite la *saturatione adiabatica*.

#### Processo di SATURAZIONE ADIABATICA

La saturazione dell'aria umida può essere realizzata, oltre che per raffreddamento, immettendo nella portata d'aria una certa quantità d'acqua finemente nebulizzata che, a contatto con l'aria stessa, ricevendo da essa il calore latente di vaporizzazione, si trasforma in vapore e va ad arricchire il suo componente umido. La macchina all'interno della quale si realizza una tale trasformazione si chiama "*saturore adiabatico*", poiché di solito il processo viene fatto avvenire in condizioni di adiabaticità.

**Figura 69.** Schema di funzionamento di un saturatore adiabatico



In queste ipotesi, il I principio della Termodinamica, in assenza di lavoro tecnico, può essere scritto come segue:

$$dQ = dH$$

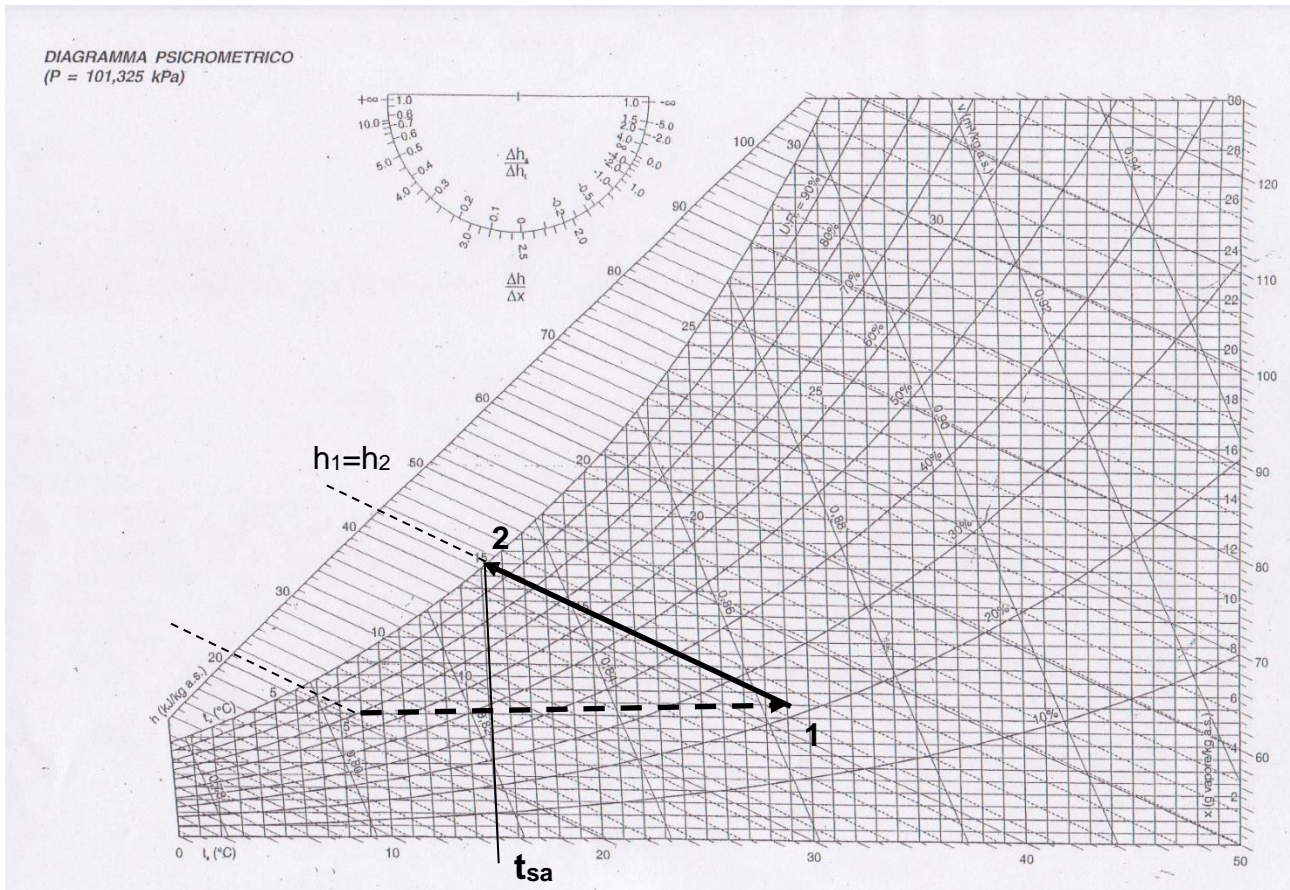
da cui, essendo la trasformazione adiabatica:

$$dQ = 0 \Rightarrow dH = 0 \Rightarrow H_{in} = H_{fin}$$



che permette di stabilire che esso avviene ad entalpia costante.

**Figura 70.** Rappresentazione grafica di un processo saturazione adiabatica successivo ad un riscaldamento sensibile



Se indichiamo con 1 lo stato di ingresso al saturatore e con 2 quello di uscita e con  $\dot{M}_l$ , ed  $h_l$ , rispettivamente, la portata e l'entalpia specifica dell'acqua immessa, possiamo scrivere le seguenti due equazioni che esprimono, rispettivamente, il bilancio di energia e quello di massa per l'intero sistema:

$$\dot{M} \cdot h_1 + \dot{M}_l \cdot h_l = \dot{M} \cdot h_2$$

$$\dot{M} \cdot x_1 + \dot{M}_l = \dot{M} \cdot x_2 \Rightarrow \dot{M}_l = \dot{M} \cdot (x_2 - x_1)$$

Pertanto la portata d'acqua necessaria a saturare la portata d'aria considerata si calcola moltiplicando la portata d'aria secca trattata per la differenza dei valori assunti dall'umidità specifica all'inizio ed alla fine del processo.

Potendo in genere considerare trascurabile il contributo che dà al bilancio entalpico la massa d'acqua, dalla prima equazione si ricava:

$$\dot{M} \cdot h_1 = \dot{M} \cdot h_2 \Rightarrow h_1 = h_2$$

Durante il processo, dunque, l'aria si raffredda, poiché cede calore all'acqua per la vaporizzazione, lungo una trasformazione che, con buona approssimazione possiamo considerare isoentalpica. La temperatura di saturazione raggiunta con una trasformazione isoentalpica a partire da un punto ambiente A si dice *temperatura di saturazione adiabatica*  $t_{sa}$ .

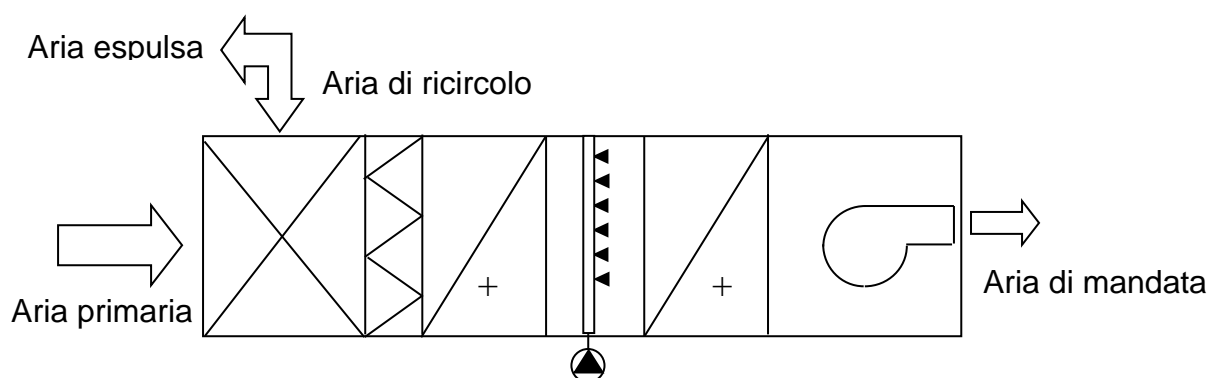
All'uscita del saturatore adiabatico dunque l'umidità relativa è troppo elevata (100%) e sicuramente molto superiore al valore massimo compatibile con il benessere. Per diminuire l'umidità relativa e portarla a valori accettabili, nel trattamento invernale è perciò necessario inserire un post-riscaldatore, cioè un secondo scambiatore di calore caldo in grado di riscaldare l'aria mantenendo costante l'umidità specifica ed abbassando l'umidità relativa.

In definitiva possiamo affermare che il trattamento invernale completo dell'aria in un impianto di climatizzazione in regime invernale consta di tre fasi successive all'eventuale miscelazione adiabatica:

- pre-riscaldamento;
- umidificazione adiabatica;
- post-riscaldamento.

Gli impianti di climatizzazione centralizzati prevedono una sezione, che di fatto costituisce il cuore dell'impianto, riservata ad effettuare tali trattamenti. Si tratta di una macchina modulare, detta *unità di trattamento aria (U.T.A.)*, all'interno della quale si susseguono i trattamenti indicati. Ovviamente la stessa macchina prevede delle sezioni per il trattamento estivo che in regime invernale non vengono fatte funzionare. Nella Figura 71 viene riportato uno schema della U. T. A. predisposto solo per il trattamento invernale, che prevede, dopo una sezione di miscelazione tra aria primaria e di ricircolo ed una di filtraggio, le tre sezioni di pre-riscaldamento, umidificazione e post-riscaldamento descritte.

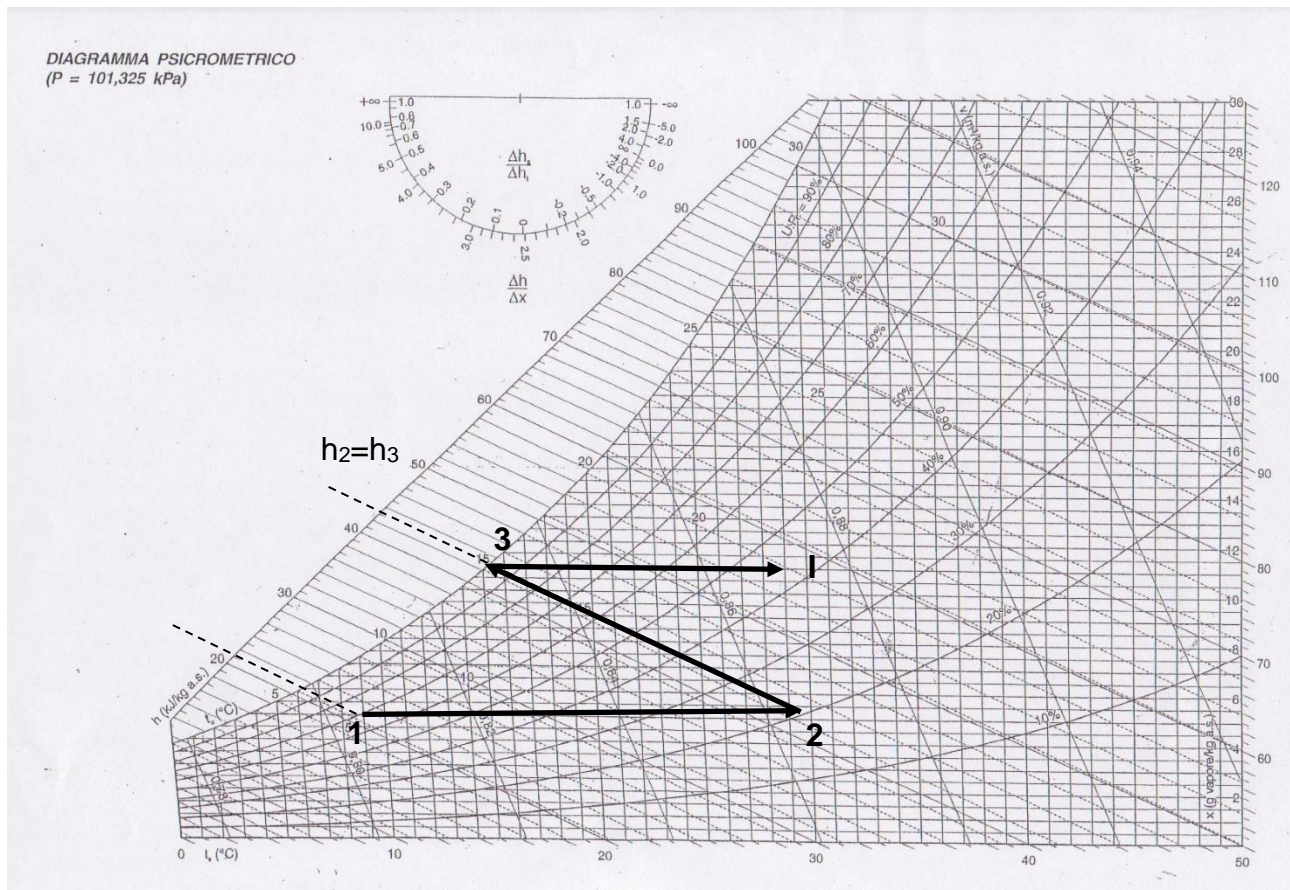
**Figura 71.** Schema funzionale di una Unità di Trattamento Aria in regime invernale



In definitiva possiamo rappresentare il trattamento invernale completo come in Figura 72 dove l'aria viene trasformata dallo stato iniziale 1 fino al punto di introduzione I che rappresenta le condizioni termodinamiche dell'aria in uscita dalla macchina di trattamento ed in ingresso nei canali di distribuzione che la porteranno fino agli ambienti da climatizzare. E' ovvio che nella progettazione dell'impianto si tratterà di determinare i punti 2 e 3 a partire dalla conoscenza delle condizioni iniziali e di quelle di introduzione. Noti i punti 1 ed I sarà

possibile definire i punti intermedi 2 e 3 procedendo a ritroso e determinando il punto 3 come intersezione tra la linea ad umidità specifica costante passante per I e la linea di saturazione, ed il punto 2 dall'intersezione della linea isoentalpica passante per il punto 3 e la linea ad umidità specifica costante passante per il punto 1.

**Figura 72.** Rappresentazione grafica del trattamento invernale completo

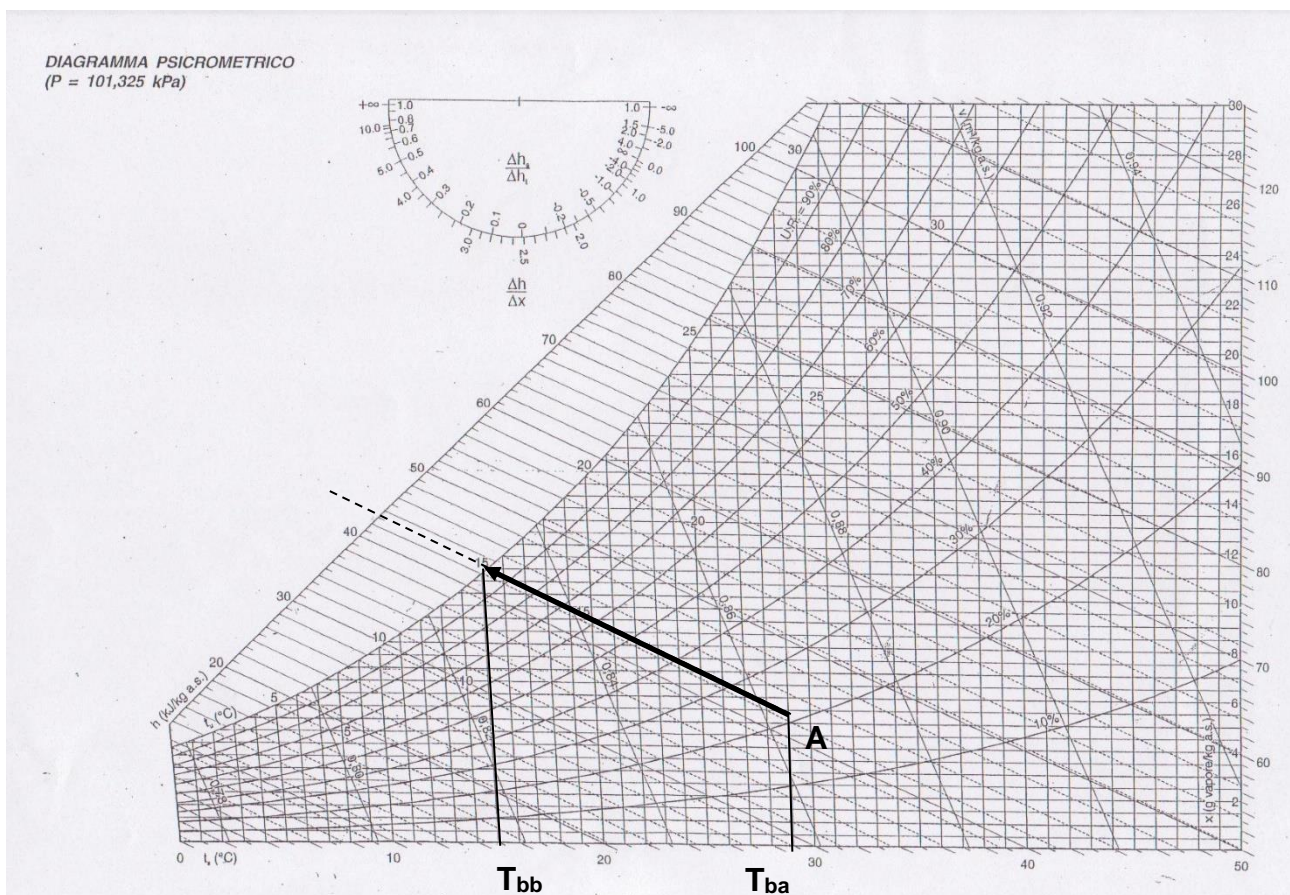


La scelta del punto di introduzione va fatta in relazione alla portata. Più il punto di introduzione è vicino al punto ambiente, che rappresenta le condizioni termodinamiche interne ottimali da realizzare, maggiore risulterà la portata. Per poter trattare portate non eccessivamente grandi, evitando problemi di ingombro, è conveniente allontanare il punto di introduzione da quello ambiente, tenendo conto che, in regime estivo non è mai opportuno introdurre aria a temperatura inferiore a 13 °C e in regime invernale superiore a 40 °C, per non creare condizioni di discomfort localizzato soprattutto agli utenti vicini ai diffusori o alle bocchette di immissione.

## TEMPERATURE A BULBO ASCIUTTO ED A BULBO BAGNATO

Quella che comunemente chiamiamo temperatura dell'aria può essere detta, più precisamente, *temperatura a bulbo asciutto*  $t_{ba}$ , poiché misurabile con un termometro il cui elemento sensibile (bulbo) è asciutto e viene disposto direttamente a contatto con l'aria. Immaginiamo ora, al contrario, di mantenere costantemente bagnato il bulbo del termometro avvolgendolo in una garza imbevuta d'acqua per immersione in un contenitore il cui livello viene controllato e reintegrato di continuo. Lo strumento non risulta più a contatto con l'aria ma con un mezzo intermedio, la garza bagnata, e ne misura la temperatura. Gli strati d'aria a diretto contatto con la garza sono in condizioni di saturazione, poiché provocano la continua evaporazione dell'acqua di cui il panno è imbevuto soprattutto se, mediante un mezzo meccanico, si rendono più efficaci le condizioni di scambio termico forzando la corrente d'aria a lambire ad elevata velocità il panno stesso. Proprio grazie a tale scambio termico l'acqua della garza evapora agevolmente ricevendo dall'aria il calore latente necessario a questo scopo. Contemporaneamente l'aria si raffredda in maniera tanto più rilevante quanto minore è la sua umidità relativa. Infatti, a bassi valori dell'umidità relativa, l'aria può far evaporare e miscelare con sé grosse quantità di liquido prima di raggiungere la saturazione, mentre se la sua umidità relativa è già elevata, il processo assume minore rilevanza. Tale raffreddamento segue, con buona approssimazione, una linea isoentalpica.

**Figura 73.** Temperature a bulbo asciutto e a bulbo bagnato dello stato termodinamico ambiente A



Possiamo certamente dire, con buona approssimazione, che il termometro col bulbo bagnato rileva indirettamente la temperatura dell'aria che lambisce lo strumento, essendo questa in equilibrio termico con la garza. Tale temperatura si chiama appunto *temperatura*

a *bulbo bagnato*“ dell’aria e, per quanto detto, coincide con buona approssimazione con la temperatura di saturazione adiabatica.

Se si misura contemporaneamente, con un termometro a bulbo asciutto, la temperatura dell’aria a breve distanza dal termometro a bulbo bagnato, si rileva un valore diverso, sicuramente più elevato poiché non interessato dal fenomeno della vaporizzazione e dal relativo raffreddamento. La differenza tra i due valori, cioè tra la temperatura a bulbo asciutto e quella a bulbo bagnato, è indice della distanza dalla saturazione da cui è caratterizzata l’aria oggetto della misura. E’ proprio questo il principio di funzionamento dello “*Psicrometro di Assmann*”, strumento utilizzato per la misura dell’umidità relativa.

Lo psicrometro misura contemporaneamente temperatura a bulbo asciutto e a bulbo bagnato dell’aria in cui viene posto e, dalla differenza tra i valori rilevati, ricava l’umidità relativa.

## **TRATTAMENTO ESTIVO**

### *PROCESSO COMBINATO DI RAFFREDDAMENTO E DEUMIDIFICAZIONE*

Durante la stagione calda occorre raffreddare l’aria prima di immetterla negli ambienti da climatizzare per poter compensare i carichi termici entranti dovuti alla differenza di temperatura con l’esterno, all’irraggiamento termico, particolarmente oneroso sulle superfici vetrate, e ai carichi interni dovuti alle persone presenti e alle attività che si svolgono nell’ambiente.

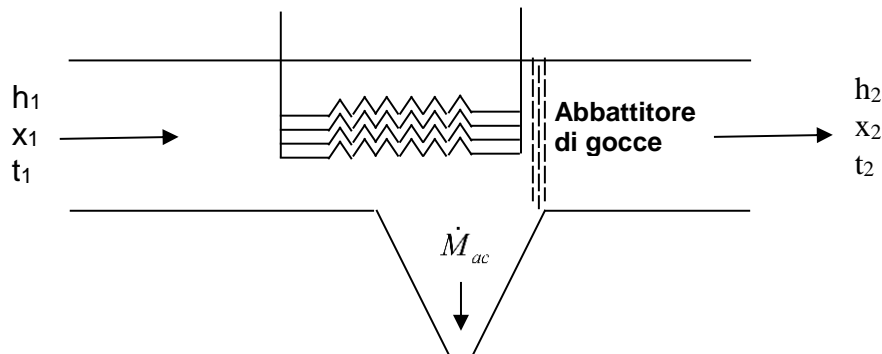
L’asportazione di calore dall’aria comporta di solito anche processi di deumidificazione in grado di eliminare dall’aria stessa il vapore in eccesso mediante condensazione. Le temperature elevate tipiche del regime estivo infatti comportano una maggiore presenza di vapore nell’aria rispetto a condizioni invernali caratterizzate da temperature più basse a parità di umidità relativa. Per mantenere condizioni di benessere nell’ambiente è perciò quasi sempre necessario asportare il vapore in eccesso, cioè operare processi di deumidificazione. Poiché la deumidificazione è effettuata per condensazione del vapore dalla stessa batteria fredda che effettua il raffrescamento, all’uscita dal deumidificatore la corrente d’aria si trova in condizioni prossime alla saturazione e in molti casi dovrà essere seguita da un processo di post-riscaldamento, analogo a quello che si ha in regime invernale per realizzare le condizioni di benessere.

La deumidificazione mediante raffreddamento sensibile si compie durante il contatto tra l’aria umida ed una superficie fredda costituita dalla superficie esterna dei tubi di uno scambiatore di calore all’interno del quale scorre un fluido freddo, di solito acqua, raffreddato da un impianto frigorifero che sta a monte della U. T. A. Condizione necessaria e sufficiente perché uno scambiatore sia in grado, oltre che di raffreddare la portata d’aria con cui viene a contatto, anche di deumidificarla, è che la sua temperatura sia inferiore a quella di rugiada. Si consideri uno scambiatore con queste caratteristiche, come quello schematizzato in Figura 74, realizzato mediante una batteria di tubi all’interno dei quali scorre un fluido freddo, a valle della quale si trova un abbattitore di gocce, la cui funzione è quella di rallentare, fino a farle cadere, le gocce altrimenti trasportate dalla portata d’aria.

Un abbattitore di gocce può essere realizzato mediante una serie di lastre piane forate e parallele tra loro, disposte normalmente alla velocità dell’aria in maniera tale che ai vuoti dell’una corrispondano i pieni della successiva. In questo modo è consentito il passaggio dell’aria, che è in grado di adeguare la sua traiettoria al percorso obbligato a zig-zag, mentre le goccioline d’acqua, che possiedono una quantità di moto maggiore a parità di velocità ed hanno inerzia maggiore, sono intercettate e fatte precipitare nel raccoglitore di condensa. L’attraversamento dei fori risulta infatti particolarmente difficile per le gocce d’acqua che,

anche nel caso in cui riuscissero a passare i fori della prima lastra sarebbero bloccate dal pieno della successiva.

**Figura 74.** Schema di funzionamento di un trattamento di raffreddamento con deumidificazione



Si ipotizzi la situazione ideale dello scambio termico perfetto ed uniforme tra la corrente d'aria e la superficie di scambio, che si verifica quando tutta la corrente d'aria ha modo e tempo per raggiungere l'equilibrio termico con la superficie di scambio, prima di uscire. Inoltre si immagini che la batteria di scambio termico abbia una capacità termica infinitamente grande rispetto alla portata d'aria con cui viene a contatto. In queste ipotesi, possiamo ammettere che l'aria si porti in condizioni di equilibrio termico con la batteria di tubi alla sua stessa temperatura.

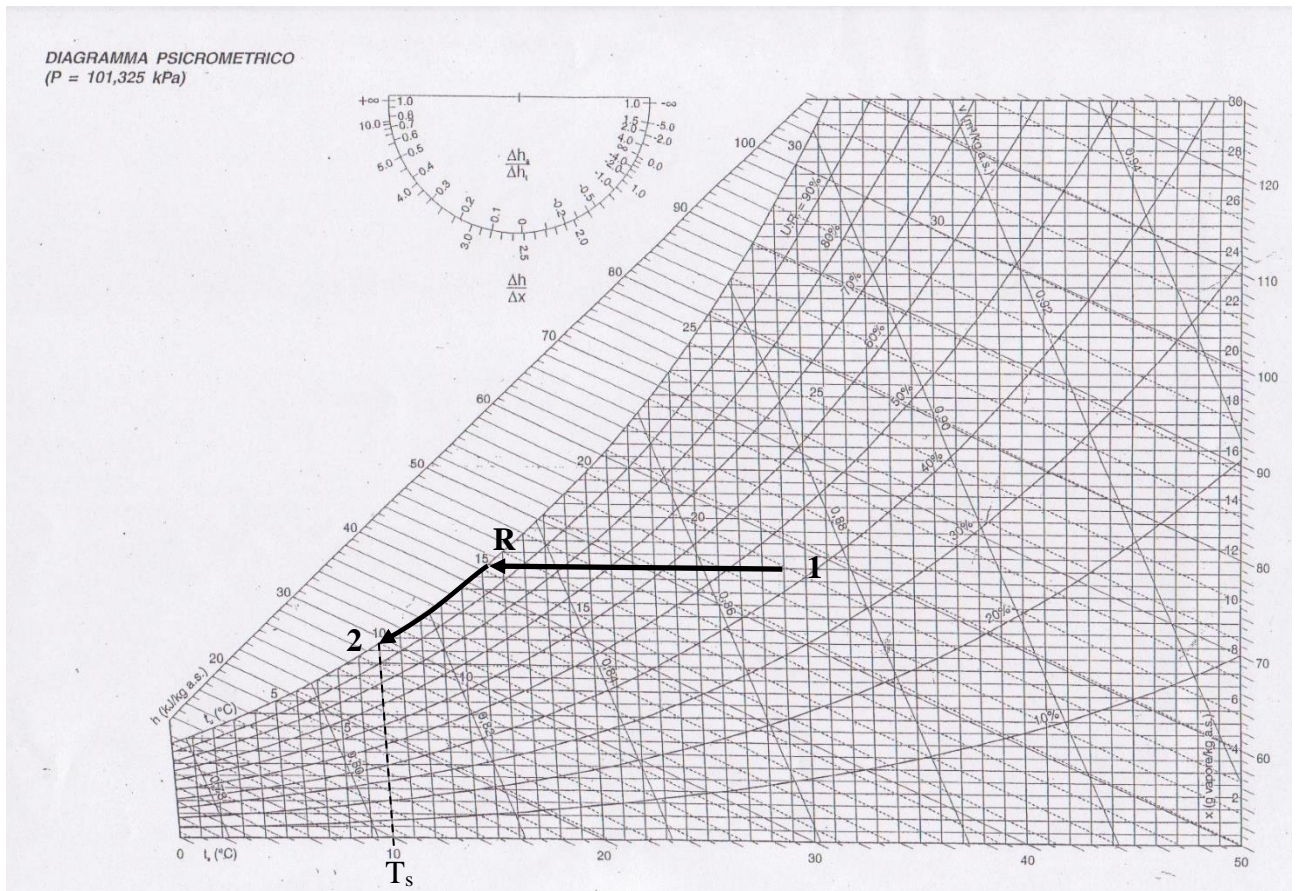
Se l'acqua che condensa durante il processo dovesse rimanere finemente dispersa nella massa d'aria, il punto rappresentativo dello stato finale si troverebbe nella zona delle nebbie. Favoriscono la formazione di nebbia un'elevata concentrazione di pulviscolo o di nuclei attivi di condensazione, nell'aria da raffreddare, ed una velocità della corrente d'aria non sufficientemente elevata nell'attraversare la batteria di scambio termico.

Nel caso più generale, che non prevede la formazione di nebbia, l'acqua condensata precipita spontaneamente per gravità a mano a mano che le gocce raggiungono dimensioni e, quindi, peso sufficienti per la caduta oppure per la presenza dell'abbattitore di gocce già descritto.

Facendo riferimento alla Figura 75, in situazioni del genere lo stato finale della miscela gassosa è rappresentato dal punto 2, preso sulla curva di saturazione ad un valore di temperatura pari a quello della superficie esterna dello scambiatore  $T_s$ . In questo caso la trasformazione ideale finora descritta è rappresentata perciò dalla spezzata curvilinea 1R2. Una trasformazione completa di questo tipo è realizzabile solo costringendo tutte le particelle d'aria a lambire la superficie fredda fino al raggiungimento dell'equilibrio termico, e questo non avviene normalmente. Sarebbe necessaria, a questo scopo, una superficie di scambio infinitamente grande.

In una trasformazione reale, l'aria viene a contatto con la batteria di tubi freddi attraverso resistenze termiche più o meno grandi, a seconda del percorso delle singole particelle, raggiungendo, quindi, stati finali statisticamente distribuiti tra lo stato iniziale 1 e lo stato finale 2 ideale.

**Figura 75.** Rappresentazione grafica sul diagramma psicrometrico di un trattamento ideale di raffreddamento con deumidificazione



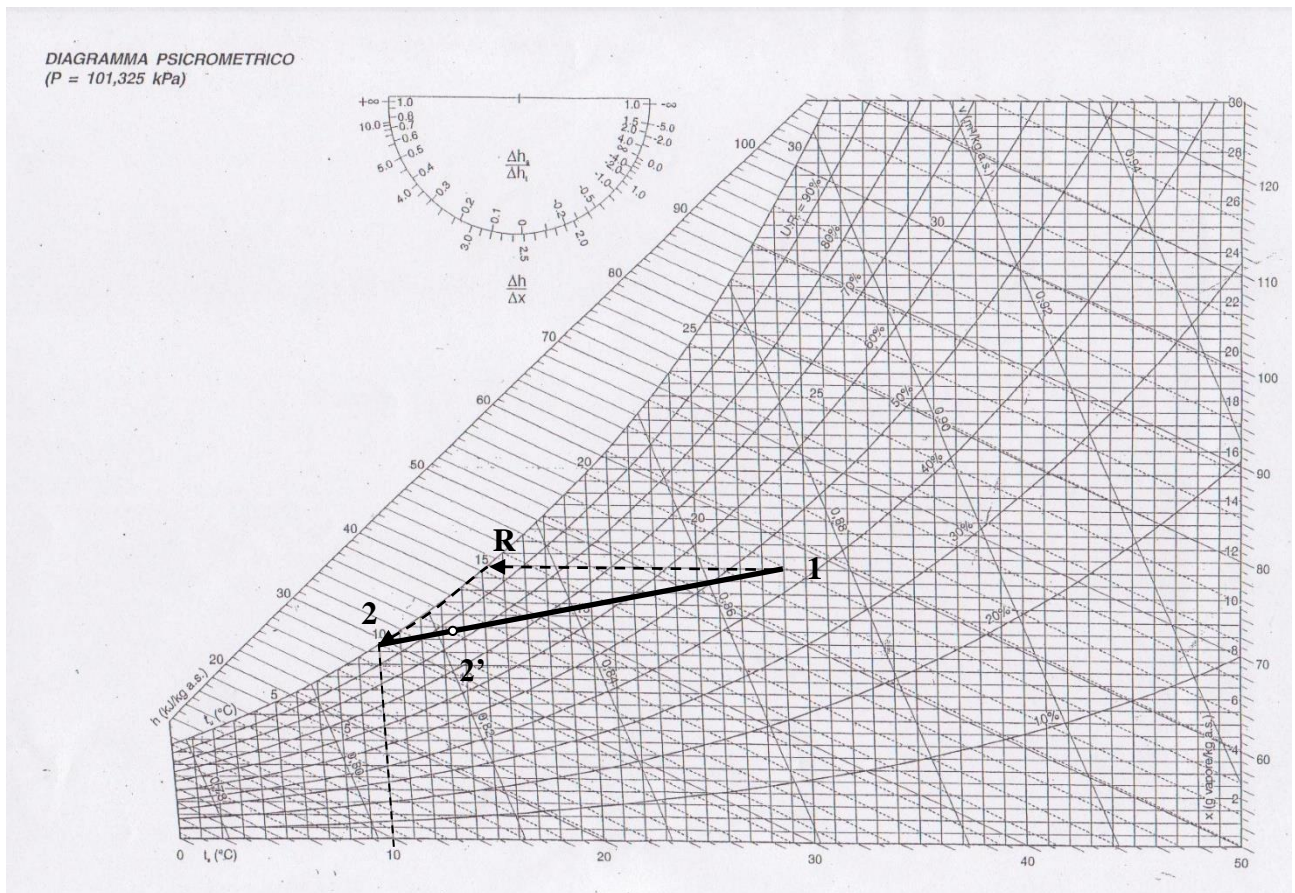
Per descrivere il fenomeno in condizioni reali si può ricorrere ad uno schema fittizio di funzionamento che preveda, per una parte dell'aria, il trattamento ideale, in cui questa raggiunga la temperatura superficiale della batteria fredda e, per la rimanente, la totale assenza di trattamento. In altre parole, in questo schema di funzionamento, si ipotizza che quest'ultima venga by-passata, trovandosi, alla fine della trasformazione, nelle condizioni iniziali.

Nell'ipotesi di un completo rimescolamento adiabatico tra l'aria trattata in modo ideale e quella by-passata all'uscita della batteria, si ottiene uno stato medio di fine deumidificazione 2', corrispondente a quello che si realizza nella realtà, che è facilmente individuabile con le leggi della miscelazione adiabatica. Esso si troverà, cioè, sul segmento 12, tanto più spostato verso 2 quanto più efficace è il contatto termico tra l'aria e la superficie fredda.

Il rapporto tra il segmento 22' ed il segmento 12, convenzionalmente chiamato *fattore di by-pass* (FB), è una caratteristica del sistema ed esprime il rapporto tra la portata d'aria by-passata  $\dot{M}_{bp}$  e la portata d'aria totale  $\dot{M}_{tot}$ :

$$FB = \frac{\dot{M}_{bp}}{\dot{M}_{tot}}$$

**Figura 76.** Rappresentazione grafica sul diagramma psicrometrico di un trattamento reale di raffreddamento con deumidificazione



Il fattore di by pass indica le prestazioni ottenibili da un certo scambiatore di calore, che risulterà tanto più efficiente quanto più basso è il suo valore.

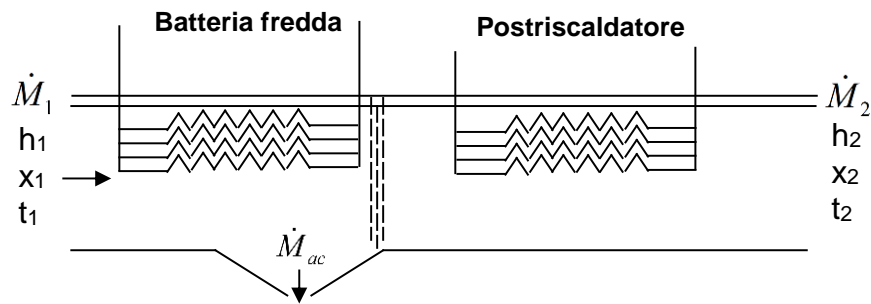
Supponiamo, a puro titolo di esempio, che FB sia pari a 0,2. Possiamo desumere da questa informazione che la portata by-passata risulta essere, nel modello di funzionamento considerato, pari al 20% della portata totale; di conseguenza quella trattata in modo ideale sarà l'80% della stessa. In altre parole, tra le due portate che danno vita al miscelamento finale c'è un rapporto di 1:4. In questo esempio il punto 2' si troverà pertanto sul segmento 12, ad una distanza da 2 che è 1/4 di quella da 1 e si determinerà facilmente dividendo il segmento 12 in cinque parti uguali e posizionando il punto 2' più vicino al punto 2 piuttosto che al punto 1.

Le condizioni di uscita 2' risultano in ogni caso vicine alla condizione di saturazione e questo è tanto più vero quanto più elevata è l'efficienza della batteria; di conseguenza si rende necessario, nella maggior parte dei casi, un post-riscaldamento per far sì che l'aria raggiunga le condizioni di introduzione, cioè le condizioni termodinamiche corrispondenti allo stato in cui l'aria dovrà essere immessa nelle canalizzazioni dell'impianto di climatizzazione e, attraverso queste, trasportata agli ambienti da trattare ed introdotta negli stessi.

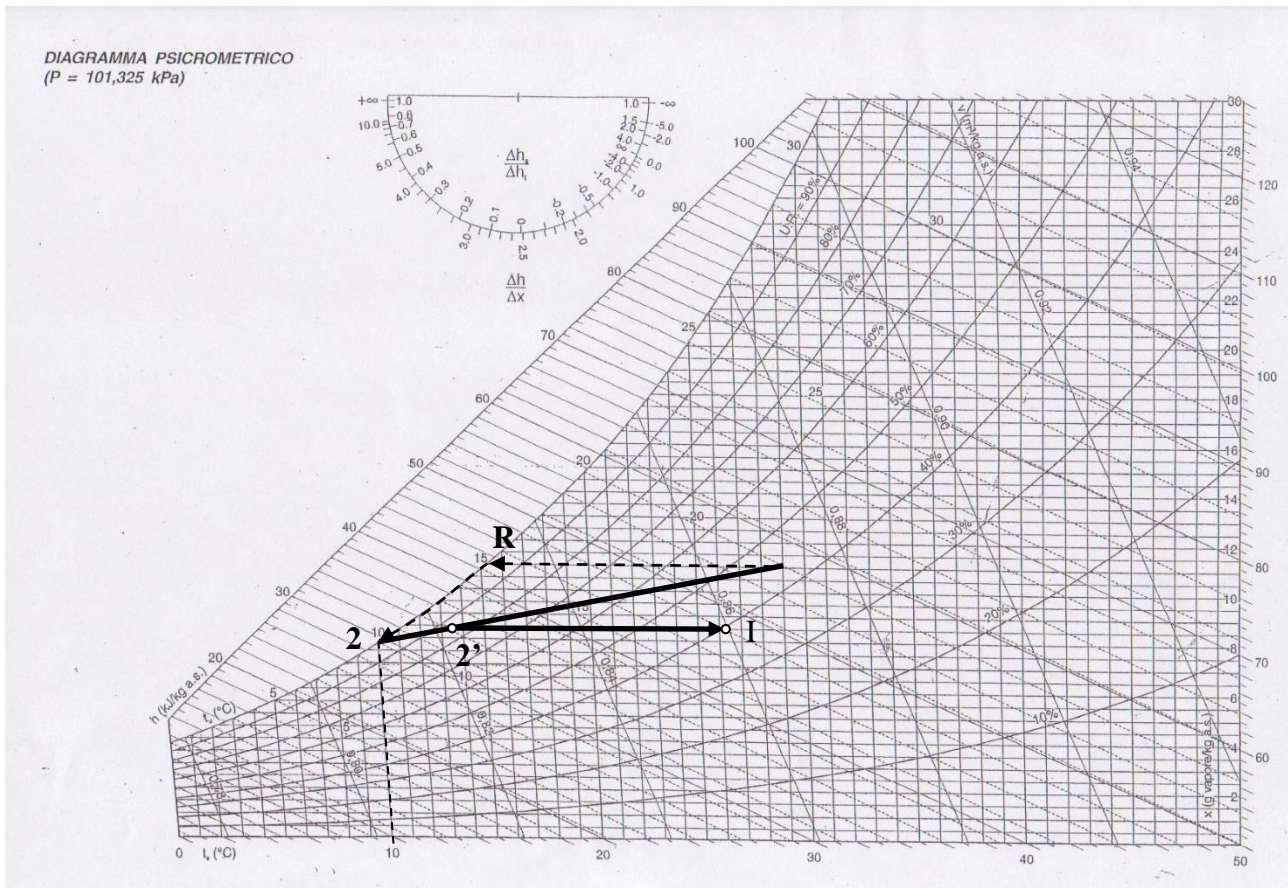
In Figura 77 è rappresentato lo schema di funzionamento di una U. T. A. relativamente alle sezioni preposte al condizionamento estivo ed in Figura 78 il relativo processo sul diagramma dell'aria umida.



**Figura 77.** Schema di funzionamento del trattamento di raffreddamento, deumidificazione e post-riscaldamento



**Figura 78.** Rappresentazione sul diagramma psicrometrico del trattamento di raffreddamento, deumidificazione e post-riscaldamento



Se il condizionamento estivo avviene senza ricircolo, cioè con rinnovo completo dell'aria, tutta l'aria trattata si trova nelle condizioni termodinamiche del particolare microclima che caratterizza il sito in cui è ubicata l'installazione. In questo caso l'impegno energetico per l'apparecchiatura è massimo, poiché tutto il raffreddamento è sopportato dalla batteria di tubi freddi, e questo si riflette sul consumo di energia elettrica, che alimenta il compressore della macchina frigorifera che "produce il freddo". L'unica forma di risparmio energetico attuabile consiste dunque nella scelta dell'utente di tenere spento l'impianto. Il

rinnovo completo dell'aria comporta anche il maggior onere di garantire il deflusso continuo, senza dannosi accumuli, di maggiori portate dell'acqua di condensa che viene smaltita dalla superficie esterna dell'evaporatore.

Al contrario la scelta di effettuare il *ricircolo* o *rinnovo parziale* dell'aria consente certamente una maggiore flessibilità nella gestione dell'impianto con riduzioni anche sensibili dei consumi di energia.

Nel trattamento che prevede il ricircolo, l'apparecchiatura del condizionatore si arricchisce di un condotto che riporta l'aria, estratta dall'ambiente già condizionato, in uno spazio a monte della batteria di tubi freddi, dove, dopo un opportuno filtraggio, si realizza la miscelazione completa tra l'aria di ricircolo e quella esterna di rinnovo, denominata aria primaria. La situazione è analoga a quella del condizionamento invernale. In entrambi i casi l'operazione di ricircolo consente un efficace risparmio energetico in quanto l'aria ricircolata si trova in uno stato termodinamico prossimo a quello dell'ambiente condizionato, quindi più calda in regime invernale e più fredda in regime estivo rispetto all'aria primaria. Ciò ovviamente comporta un minor consumo di energia da parte delle batterie di scambio termico, poiché la portata d'aria necessaria all'utenza, prodotta dalla miscelazione tra aria esterna ed aria di ricircolo, è in condizioni più vicine a quelle finali richieste per l'ambiente da condizionare, dunque richiede un trattamento meno dispendioso dal punto di vista energetico.

In particolare, nel condizionamento estivo, alla batteria di tubi freddi si presenta una portata d'aria più fredda, che richiede, quindi, consumi minori per l'ulteriore raffreddamento fino allo stato finale richiesto, e meno umida, con minore aggravio, quindi, per l'asportazione dell'acqua di condensa.

Nella figura 79 viene riportato lo schema operativo di una trasformazione estiva con ricircolo.

**Figura 79.** Schema di funzionamento del trattamento estivo con ricircolo

