Fisica Tecnica (Modulo 1)- LM4
Fisica Tecnica – L23

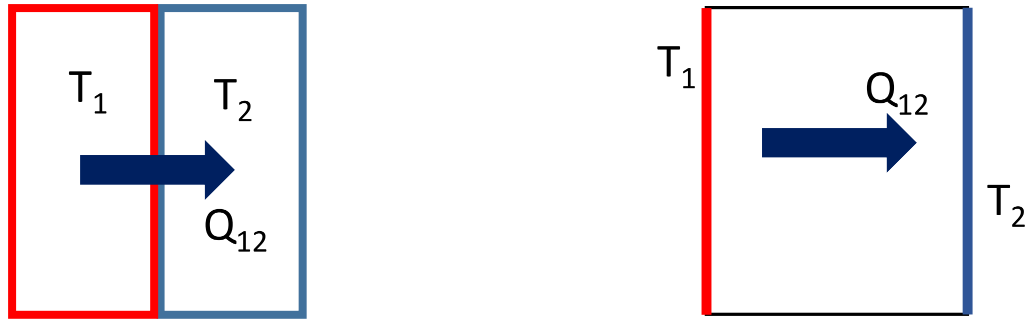
A.A. 2021-2022

Prof. Paolo ZAZZINI Dipartimento INGEO Università "G. d'Annunzio" Chieti-Pescara

Lezione n. 13

Conduzione termica

Conduzione: meccanismo di scambio termico che ha luogo **tra corpi a contatto** o tra **due regioni** dello stesso corpo **a diversa temperatura.**



Modalità di trasferimento del calore:

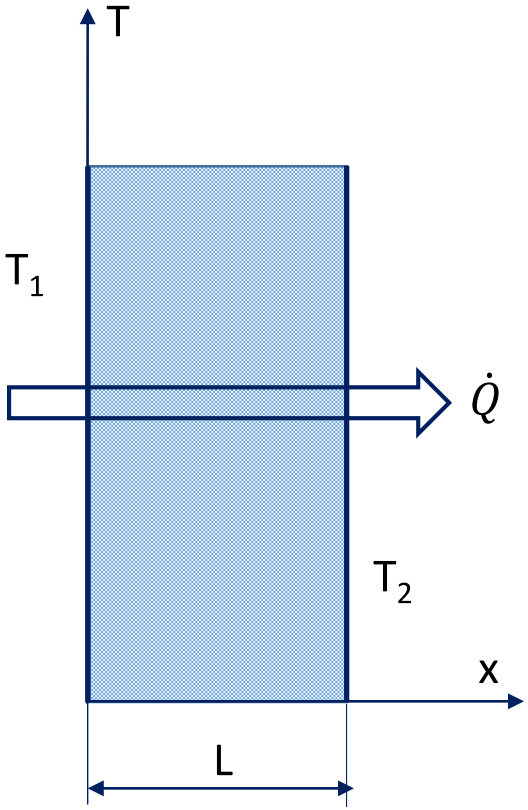
Passaggio di **energia cinetica** attraverso **urti tra le molecole** nei **gas**

Trasferimento di **energia meccanica** per mezzo di **onde elastiche** originate da **vibrazioni del reticolo cristallino** nei **liquidi** e nei **solidi dielettrici**.

Trasferimento di **energia cinetica** attraverso **urti tra elettroni liberi** nei **metalli** (migliori conduttori di calore).

In tutti i casi: **assenti moti relativi macroscopici** delle **particelle** che compongono il materiale.

Lastra piana di spessore **L** sottoposta ad un **ΔT** tra le sue facce estreme.



Hp:

Materiale **omogeneo** ed **isotropo**

Flusso termico **monodimensionale**

Regime **stazionario**

Postulato di **Fourier:** $$\dot{Q} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dx}$$

$\dot{Q}$: potenza termica scambiata (W)

A : area della sezione perpendicolare al flusso termico (m^2)

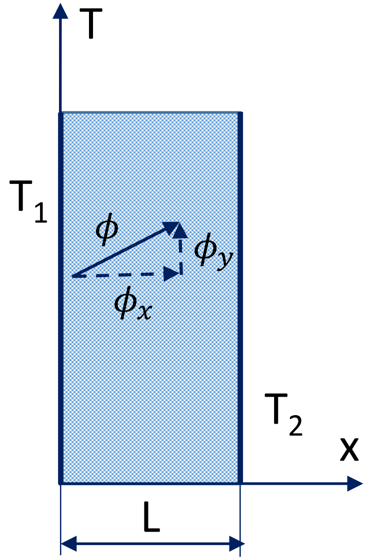
λ : conducibilità termica del materiale (W/mK)

dT/dx: gradiente termico (K/m)

Materiale **omogeneo ed isotropo** → **unico valore** della **conducibilità termica**

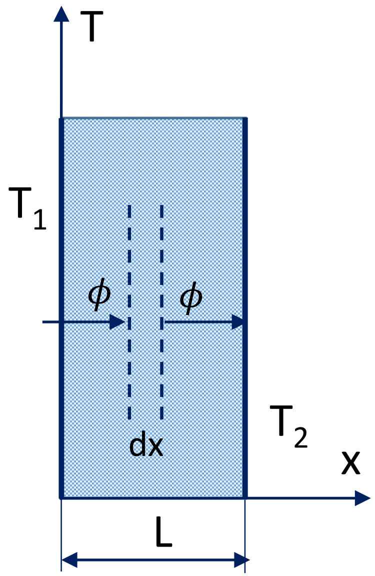
Flusso termico **monodimensionale** ↔ **facce estreme** della lastra parallele ed **isoterme**

Regime **stazionario** ↔ **temperature costanti**



Monodimensionalità del flusso termico

Hp: Flusso termico non perpendicolare alle isoterme (facce estreme della lastra) → sarebbe **scomponibile in** due componenti (**ϕ_x e ϕ_y**).
ϕ_y : **flusso termico** scambiato **tra punti alla tessa temperatura** (impossibile!) → **Flusso sempre perpendicolare alle isoterme.**
Isoterme parallele tra loro e alle facce estreme → **fenomeno monodimensionale**



Stazionarietà del fenomeno

Hp: Flusso termico entrante nello strato di spessore infinitesimo dx **diverso da quello uscente** → una **parte si accumulerebbe** nello strato **→ innalzamento della temperatura** → sarebbe **contraddetta** l'ipotesi di **stazionarietà** → **in regime stazionario**: flusso che attraversa la **parete uguale** a quello che attraversa una **qualsiasi porzione** di essa.

- **Conducibilità termica:** *potenza termica scambiata per conduzione per unità di spessore e per unità di salto termico.*

In generale **dipende dalla temperatura e dalla pressione**, ma nella quasi totalità dei casi può essere considerata **costante**.

Materiali **isolanti** (elevata resistenza al flusso termico): $\lambda = 0{,}04 \div 0{,}06 \ \frac{W}{m\ K}$

Materiali **isolanti innovativi** (elevatissima resistenza al flusso termico): $\lambda = 0{,}02 \div 0{,}03 \ \frac{W}{m\ K}$

Materiali **comunemente** utilizzati in **edilizia** (cls, laterizi…): $\lambda = 0{,}8 \div 1{,}5 \ \frac{W}{m\ K}$

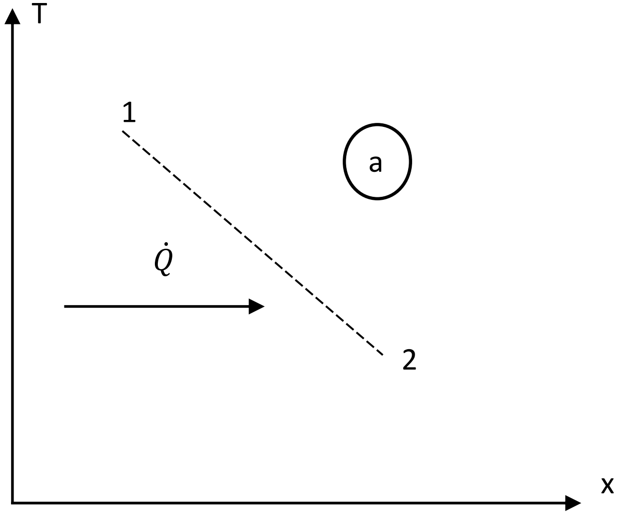
Materiali **metallici** (elevata capacità di conduzione del calore): $\lambda = 200 \div 400 \ \frac{W}{m\ K}$

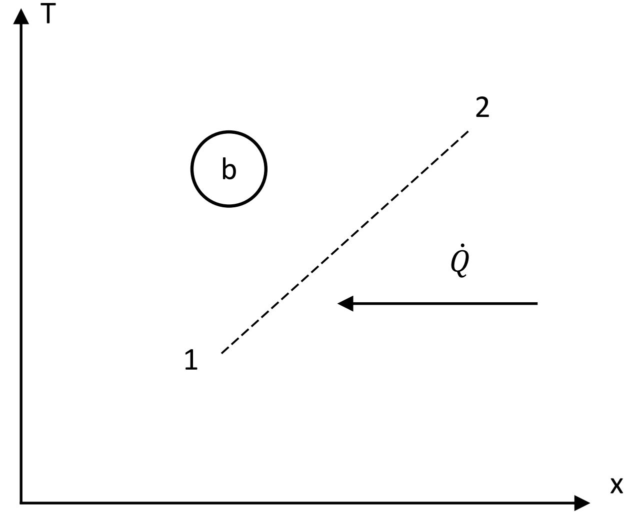
- **Gradiente di temperatura dT/dx:** derivata della funzione che descrive **l'andamento delle temperature** all'interno del corpo (**pendenza** di tale curva **rispetto allo spessore**).

Elevato gradiente termico → notevole variazione di temperatura nell'unità di spessore → **pendenza spiccata** della curva di decadimento.

Piccolo valore del gradiente termico → piccola variazione di temperatura nell'unità di spessore → **ridotta pendenza** della curva di decadimento.

- **Segno meno: potenza** termica e **gradiente** termico sempre **discordi** → la potenza viene sempre trasmessa in verso opposto rispetto a quello in cui crescono le temperature.





Caso a)

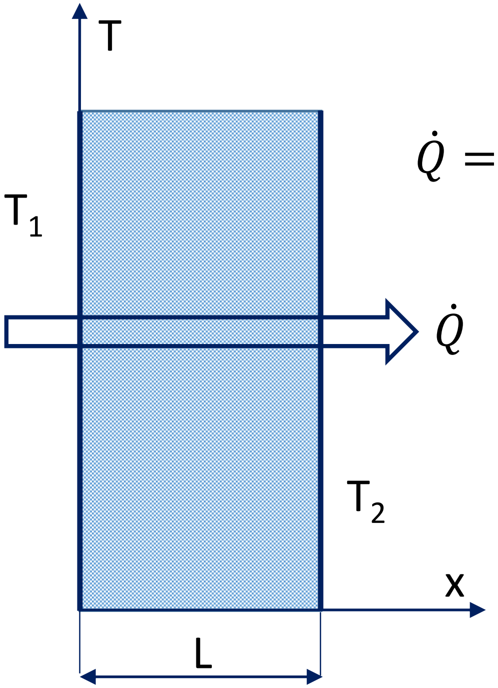
$$dx > 0; dT < 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} < 0 \Rightarrow \dot{Q} > 0$$

Caso b)

$$dx > 0; dT > 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} > 0 \Rightarrow \dot{Q} < 0$$

Potenza termica e **gradiente** risultano pertanto sempre **discordi in segno** →
il **calore** viene **trasmesso** sempre **nel verso delle temperature decrescenti** (II Principio della Termodinamica).

Potenza termica / **flusso** termico trasmessi in regime stazionario monodimensionale da una **parete piana omogenea ed isotropa** di **spessore L** sottoposta ad una **differenza di temperatura $T_1 - T_2$**, con $T_1 > T_2$.



$$\dot{Q} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} \Rightarrow \dot{Q} \cdot dx = -\lambda \cdot A \cdot \mathrm{dT} \Rightarrow \int_0^L \dot{Q} \cdot dx = -\int_{T_1}^{T_2} \lambda \cdot A \cdot \mathrm{dT}$$

Con buona approssimazione **conducibilità termica indipendente da T** → λ fuori dal segno di integrale;

A costante rispetto a T → A fuori dal segno di integrale

Fenomeno **stazionario** → **potenza** termica **indipendente da x** → $\dot{Q}$ fuori dal segno di integrale

$$\dot{Q} \cdot \int_0^L dx = -\lambda \cdot A \cdot \int_{T_1}^{T_2} \mathrm{dT} \Rightarrow \dot{Q} \cdot L = -\lambda \cdot A \cdot (T_2 - T_1) \Rightarrow \dot{Q} = \frac{\lambda \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{L}$$

Flusso termico: $\phi = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\lambda \cdot (T_1 - T_2)}{L} \quad \left[\frac{W}{m^2}\right]$

Conduttanza termica

$$C = \frac{\lambda \cdot A}{L} \qquad \left[\frac{W}{K}\right] \qquad \Rightarrow \qquad \dot{Q} = C \cdot (T_1 - T_2)$$

Conduttanza termica **unitaria**

$$C_u = \frac{\lambda}{L} \qquad \left[\frac{W}{m^2 \cdot K}\right] \quad \Rightarrow \quad \dot{Q} = C_u \cdot A \cdot (T_1 - T_2) \quad \Rightarrow \quad \phi = C_u \cdot (T_1 - T_2)$$

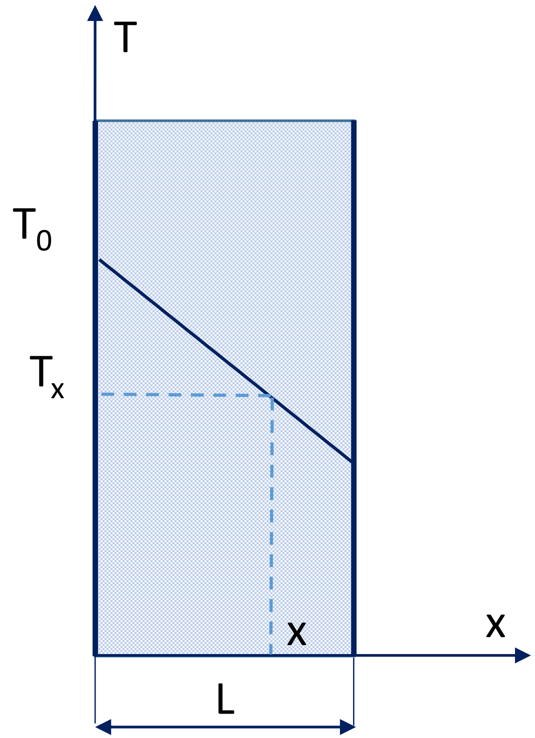
Resistenza termica

$$R = \frac{1}{C} = \frac{L}{\lambda \cdot A} \qquad \left[\frac{K}{W}\right] \qquad \Rightarrow \qquad \dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2)}{R}$$

Resistenza termica **unitaria**

$$R_u = \frac{1}{C_u} = \frac{L}{\lambda} \qquad \left[\frac{m^2 \cdot K}{W}\right] \quad \Rightarrow \quad \dot{Q} = \frac{1}{R_u} \cdot A \cdot (T_1 - T_2) \quad \Rightarrow \quad \phi = \frac{(T_1 - T_2)}{R_u}$$

Andamento delle temperature in regime **stazionario** e **monodimensionale** all'interno della **lastra piana** di materiale **omogeneo** ed **isotropo** di spessore L.



T_0: temperatura della lastra sulla faccia corrispondente ad x = 0

T_x: temperatura in corrispondenza della generica sezione x.

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} \Rightarrow dT = -\frac{\dot{Q}}{\lambda \cdot A} \cdot dx \Rightarrow \int_{T_0}^{T_x} dT = -\frac{\dot{Q}}{\lambda \cdot A} \cdot \int_0^x dx \Rightarrow T_x - T_0 = -\frac{\dot{Q}}{\lambda \cdot A} \cdot x \Rightarrow$$

$$T_x = T_0 - \frac{\dot{Q}}{\lambda \cdot A} \cdot x$$

Andamento lineare delle temperature all'interno della lastra

Coefficiente angolare m della retta: $\mathrm{m} = -\frac{\dot{Q}}{\lambda \cdot A}$

Coefficiente angolare discorde in segno con la **potenza** termica:

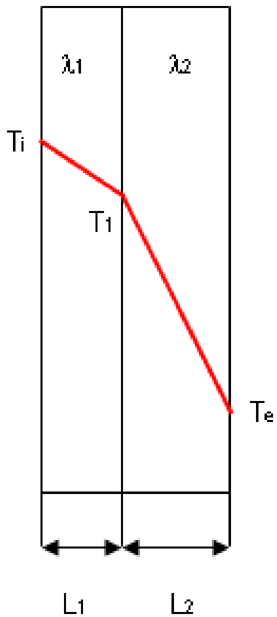
m < 0 se $\dot{Q} > 0$ (temperature decrescenti nel verso positivo dell'asse x)

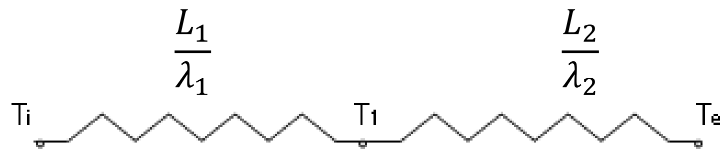
m > 0 se $\dot{Q} < 0$ (temperature crescenti nel verso positivo dell'asse x)

Pendenza della retta, **a parità di flusso** termico, **tanto più accentuata** quanto **più piccolo** è il **valore** della **conducibilità termica**.

Resistenze conduttive in serie

Due o **più strati** di **diverso spessore e materiale**
Materiali **omogenei** ed **isotropi** – fenomeno **monodimensionale e stazionario**.





Me*todo dell'analogia elettrica:* corrispondenza tra **fenomeno termico** e **fenomeno elettrico** in un circuito di **due resistenze elettriche in serie**

Perfetta analogia tra:

- differenza di **potenziale elettrico** e differenza di **temperatura**
- **corrente** elettrica e **flusso** termico
- **resistenza elettrica** e **resistenza termica unitaria**

Fenomeno **stazionario** → **uguale potenza termica** attraversa la **parete** ed **ogni suo strato**.

$$\dot{Q} = \frac{\lambda_1 \cdot A}{L_1} \cdot (T_i - T_1) \Rightarrow (T_i - T_1) = \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \frac{L_1}{\lambda_1}$$

$$\dot{Q} = \frac{\lambda_2 \cdot A}{L_2} \cdot (T_1 - T_e) \Rightarrow (T_1 - T_e) = \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \frac{L_2}{\lambda_2}$$

Sommiamo membro a membro le due equazioni:

$$(T_i - T_e) = \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \left(\frac{L_1}{\lambda_1} + \frac{L_2}{\lambda_2}\right) = \phi \cdot \left(\frac{L_1}{\lambda_1} + \frac{L_2}{\lambda_2}\right)$$

Analogia elettrica: **resistenze in serie → resistenza totale = somma delle resistenze**

$$R_{u,tot} = R_{u,1} + R_{u,2} = \frac{L_1}{\lambda_1} + \frac{L_2}{\lambda_2}$$

Generalizzando:

$$R_{u,tot} = \sum_{i=1}^{n} R_{u,i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{L_i}{\lambda_i}$$

In definitiva:

$$\phi = \frac{1}{R_{u,tot}} \cdot (T_i - T_e)$$

$$\dot{Q} = \frac{1}{R_{u,tot}} \cdot A \cdot (T_i - T_e)$$

Determinazione della temperatura $\mathbf{T_1}$ intermedia tra T_i e T_e

Flusso stazionario:

$$\phi = \frac{1}{R_{u,tot}} \cdot (T_i - T_e) = \frac{1}{R_{u,1}} \cdot (T_i - T_1) \Rightarrow (T_i - T_1) = \frac{1}{R_{u,tot}} \cdot (T_i - T_e) \cdot R_{u,1}$$

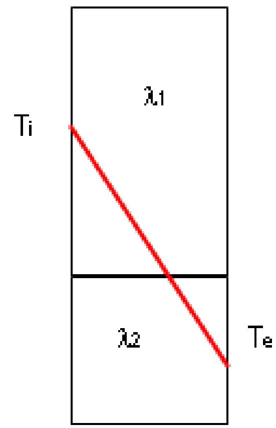
Da cui: $(T_i - T_1) = \phi \cdot R_{u,1} \Rightarrow T_1 = T_i - \phi \cdot R_{u,1}$

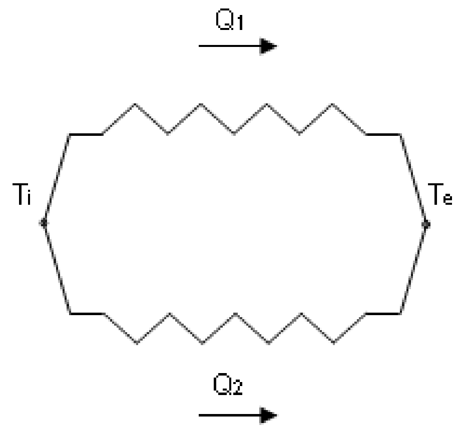
La **temperatura intermedia** è data dalla **temperatura più elevata** meno il **prodotto del flusso termico per la resistenza unitaria** incontrata **fino allo strato considerato**.
(Regola generalizzabile a tutti gli strati intermedi di una parete multistrato)

Resistenze conduttive in parallelo

Due o **più strati** di **diverso spessore e materiale**

Materiali **omogenei ed isotropi** – fenomeno **monodimensionale e stazionario**.





Me*todo dell'analogia elettrica:* corrispondenza tra **fenomeno termico** e **fenomeno elettrico** in un circuito di **due resistenze elettriche in parallelo**

La **potenza** termica **si ripartisce tra i due strati** in modo **inversamente proporzionale** alla **resistenza** incontrata.

$$\dot{Q} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 = \frac{\lambda_1 \cdot A_1}{L} \cdot (T_i - T_e) + \frac{\lambda_2 \cdot A_2}{L} \cdot (T_i - T_e) = \frac{\lambda_1 \cdot A_1 + \lambda_2 \cdot A_2}{L} \cdot (T_i - T_e)$$

In definitiva: $\dot{Q} = C_{tot} \cdot (T_i - T_e)$

dove: $C_{tot} = C_2 + C_2$

Generalizzando ad una parete con **n strati in parallelo**:

$$C_{tot} = \sum_{i=1}^{n} C_i$$

Conduzione stazionaria in geometria cilindrica

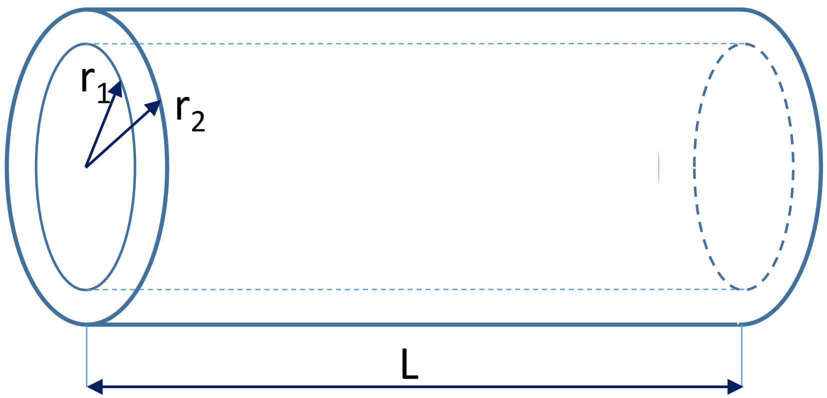
Fenomeno di **conduzione termica** nello **spessore di un tubo** (cilindro cavo) con all'interno un **fluido a temperatura diversa dall'ambiente esterno** (es: acqua calda in un impianto di riscaldamento, aria in un canale a sezione circolare di un impianto di climatizzazione).

Tubo sufficientemente lungo → effetti di bordo trascurabili

Superfici laterali isoterme a temperature differenti

Scambio termico solo in **direzione radiale** → **monodimensionale**

Temperature interna ed esterna costanti nel tempo → fenomeno **stazionario**



Tubo a **sezione circolare** delimitato da **due superfici isoterme** a temperature, rispettivamente, $\mathbf{T_1}$ **e** $\mathbf{T_2}$

raggio interno $\mathbf{r_1}$

raggio esterno $\mathbf{r_2}$

lunghezza **L**

conducibilità termica media λ

In **configurazione cilindrica**: $T = T(r)$

Postulato di **Fourier:** $$\dot{Q} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dr}$$

Calcolo della **potenza termica scambiata tra la faccia interna** a temperatura T_1 **e quella esterna** a temperatura T_2

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dr} \Rightarrow \dot{Q} \cdot \mathrm{dr} = -\lambda \cdot A \cdot \mathrm{dT} \Rightarrow \dot{Q} \cdot \mathrm{dr} = -\lambda \cdot 2\pi \cdot r \cdot L \cdot \mathrm{dT}$$

Separando le variabili si ottiene:

$$\frac{\dot{Q}}{2\pi \cdot r \cdot L} \cdot \mathrm{dr} = -\lambda \cdot \mathrm{dT} \Rightarrow \int_{r_1}^{r_2} \frac{\dot{Q}}{2\pi \cdot r \cdot L} \cdot \mathrm{dr} = -\int_{T_1}^{T_2} \lambda \cdot \mathrm{dT}$$

Fenomeno **stazionario** → $\dot{Q}$ **fuori dal segno di integrale**

Trascurabile dipendenza della **conducibilità da T** → **λ fuori dal segno di integrale**

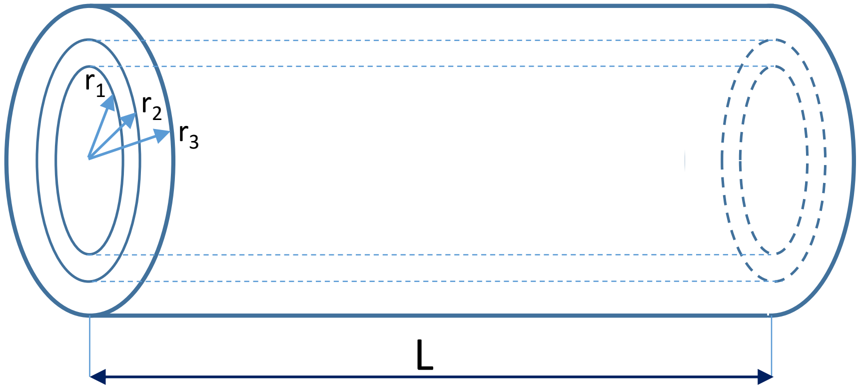
$$\dot{Q} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{\mathrm{dr}}{2\pi \cdot r \cdot L} = -\lambda \cdot \int_{T_1}^{T_2} \mathrm{dT} \Rightarrow \frac{\dot{Q}}{2\pi \cdot L} \cdot ln\frac{r_2}{r_1} = -\lambda \cdot (T_2 - T_1) \Rightarrow \dot{Q} = \frac{2\pi \cdot L \cdot \lambda}{ln\frac{r_2}{r_1}} \cdot (T_1 - T_2)$$

L'espressione ottenuta ci permette di individuare **conduttanza e resistenza termica**

$$C = \frac{2\pi \cdot L \cdot \lambda}{ln\frac{r_2}{r_1}} \qquad \left[\frac{W}{K}\right] \qquad\qquad R = \frac{ln\frac{r_2}{r_1}}{2\pi \cdot L \cdot \lambda} \qquad \left[\frac{K}{W}\right]$$

$$\dot{Q} = C \cdot (T_1 - T_2) = \frac{(T_1 - T_2)}{R}$$

Conduzione stazionaria in geometria cilindrica multistrato



Più strati cilindrici disposti in modo **coassiale** l'uno sull'altro (es. tubi di un impianto di riscaldamento con uno strato di isolante o cavo elettrico rivestito da guaina isolante).

Analogia elettrica: resistenze in serie → resistenza totale **somma delle singole resistenze**

$$\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{tot}}$$

$$R_{tot} = R_1 + R_2 = \frac{ln\frac{r_2}{r_1}}{2\pi \cdot L \cdot \lambda_1} + \frac{ln\frac{r_3}{r_2}}{2\pi \cdot L \cdot \lambda_2} = \frac{1}{2\pi \cdot L} \cdot \left(\frac{ln\frac{r_2}{r_1}}{\lambda_1} + \frac{ln\frac{r_3}{r_2}}{\lambda_2} \right)$$

Generalizzando:

$$R_{tot} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\pi \cdot L} \cdot \frac{ln\frac{r_{i+1}}{r_i}}{\lambda_i}$$