

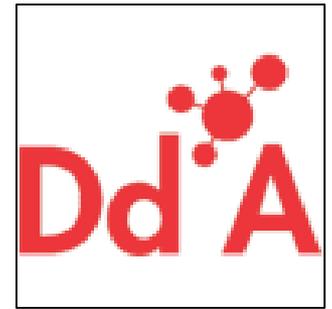


# Fisica Tecnica (Modulo 1)- LM4

## Fisica Tecnica – L23

A.A. 2021-2022





# Lezione n. 9

## Disuguaglianza di Clausius Entropia



**Ciclo bi-termico – Teorema di Carnot:**

$$1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

**$Q_1$  e  $Q_2$ :** quantità di calore scambiate dal sistema con le sorgenti 1 e 2;

**$T_1$  e  $T_2$ :** temperature assolute delle due sorgenti.

$$\frac{|Q_2|}{Q_1} > \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{|Q_2|}{T_2} > \frac{Q_1}{T_1} \Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} - \frac{|Q_2|}{T_2} < 0$$

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} < 0$$

La **somma algebrica** dei **rapporti** tra le **quantità di calore** scambiate prese con il loro segno e le **temperature** delle rispettive sorgenti è **minore di zero**.

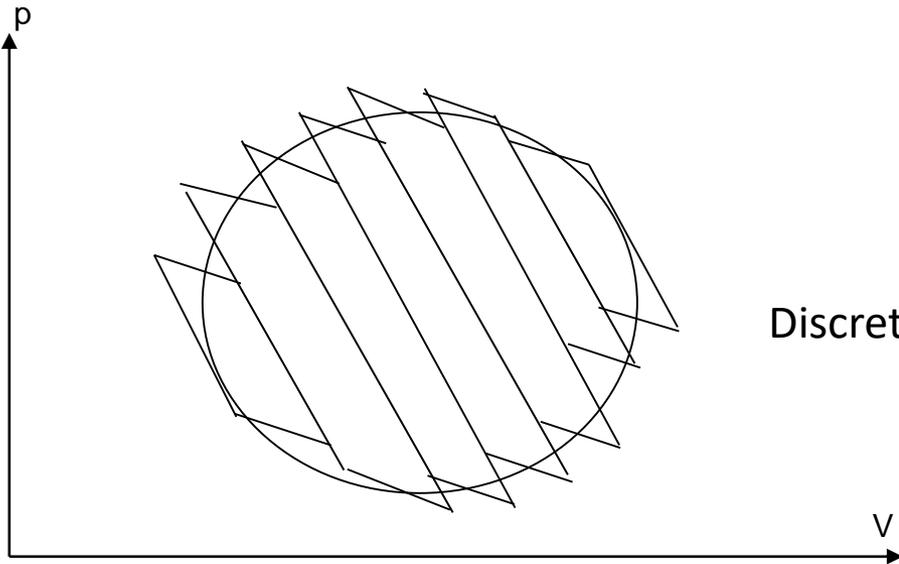
Discretizzazione in **n cicli termodinamici** (due trasformazioni **isoterme** e due **adiabatiche**) di un **ciclo** termodinamico **qualsiasi**: Lungo le **isoterme** scambiate le **stesse quantità di calore** che **nei tratti corrispondenti** del ciclo reale.

**Generalizzazione della disequazione** al caso di n cicli elementari.

Isoterme ed adiabatiche **quasistatiche** ma con cause di **irreversibilità**:

lungo le trasformazioni **fenomeni di attrito**.

Cicli **quasistatici** ma **non reversibili** → **rendimento** di ciascuno degli n cicli elementari **inferiore a quello di Carnot** tra le stesse temperature. Si ottiene pertanto:



**Diseguaglianza di Clausius**

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} < 0$$

Discretizzazione con **trasformazioni infinitesime**:

$$\oint \frac{dQ}{T} < 0$$

Hp: **ciclo reversibile**:

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} = 0$$

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0$$

La **disuguaglianza di Clausius** diventa una **uguaglianza** poiché i **cicli elementari** sono esattamente dei **cicli di Carnot**.

Espressione sotto il segno di integrale: **differenziale esatto** → esiste una **funzione potenziale S** (grandezza di stato) tale che:

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

**S: entropia del sistema [J/K]**

Processo reversibile:

$$dQ = T \cdot dS$$

$$Q_{12} = \int_1^2 T \cdot dS$$

Analogamente:

$$ds = \frac{dq}{T}$$

**s: entropia specifica del sistema [J/kgK]**

Processo reversibile:

$$dq = T \cdot ds$$

$$q_{12} = \int_1^2 T \cdot ds$$

Processo **adiabatico reversibile** → **isoentropico**:

$$dQ = 0 \Rightarrow dS = 0$$

$$dq = 0 \Rightarrow ds = 0$$

Processo **irreversibile**:

$$\oint \frac{dQ}{T} < 0 \Rightarrow \oint \frac{dQ}{T} + \Delta S_{irr} = 0$$

$\Delta S_{irr}$ : **aumento di entropia** dovuto alle **irreversibilità** (quantità positiva dimensionalmente coerente con l'entropia che, **sommata all'espressione** di Clausius la rende nulla)

$$\oint dS = \oint \frac{dQ}{T} + \Delta S_{irr} = 0$$

$$\oint ds = \oint \frac{dq}{T} + \Delta s_{irr} = 0$$

$$dS = \frac{dQ}{T} + dS_{irr}$$

$$ds = \frac{dq}{T} + ds_{irr}$$

In un **processo reale infinitesimo**, il sistema subisce una **variazione di entropia** pari al **rapporto tra il calore scambiato e la temperatura** della sorgente più la **produzione di entropia** dovuta alle **irreversibilità**.

## Processo reale adiabatico:

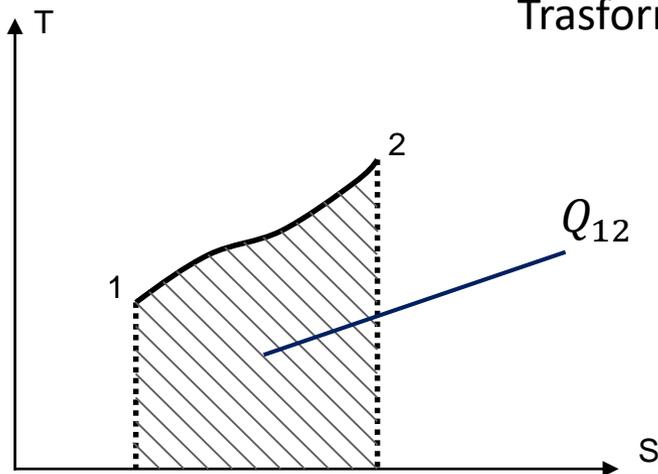
$$dQ = 0 \Rightarrow dS = dS_{irr} \Rightarrow S_2 - S_1 = \Delta S_{irr}$$

$$dq = 0 \Rightarrow ds = ds_{irr} \Rightarrow s_2 - s_1 = \Delta s_{irr}$$

**Processi adiabatici reali (irreversibili) → entropia crescente.**

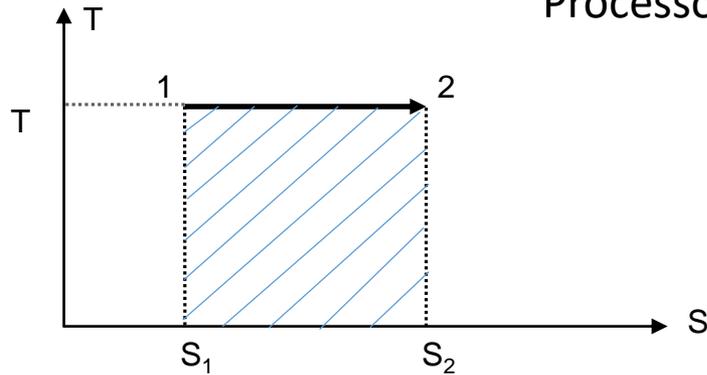
Sistema termodinamico “**UNIVERSO**” **adiabatico**: non esistono altri sistemi con cui possa scambiare calore → **entropia dell’universo costantemente crescente.**

## Diagramma entropico



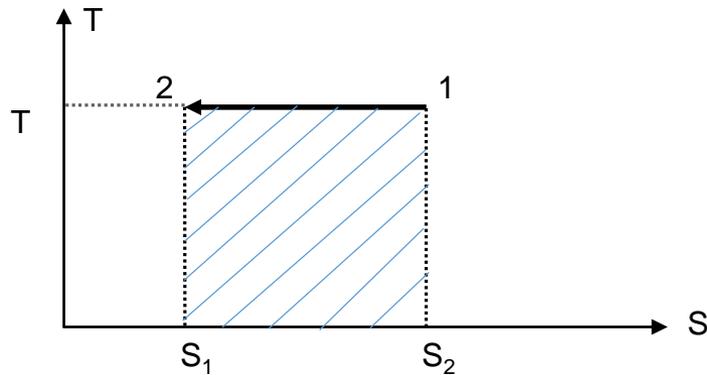
$$Q_{12} = \int_1^2 T \cdot dS$$

### Processo isoterma reversibile:



$$Q_{12} = \int_1^2 T \cdot dS = T \cdot (S_2 - S_1)$$

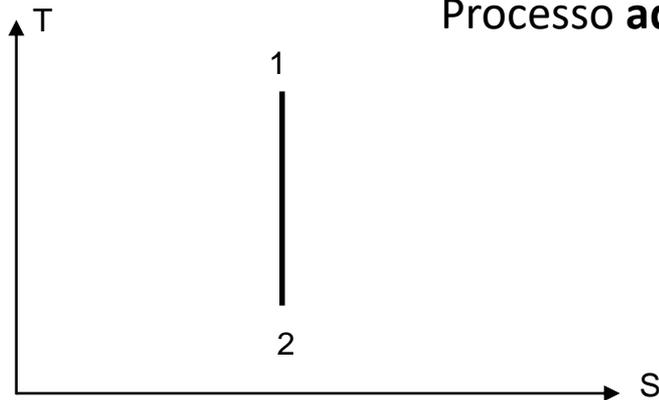
$Q_{12} > 0 \rightarrow$  calore entrante



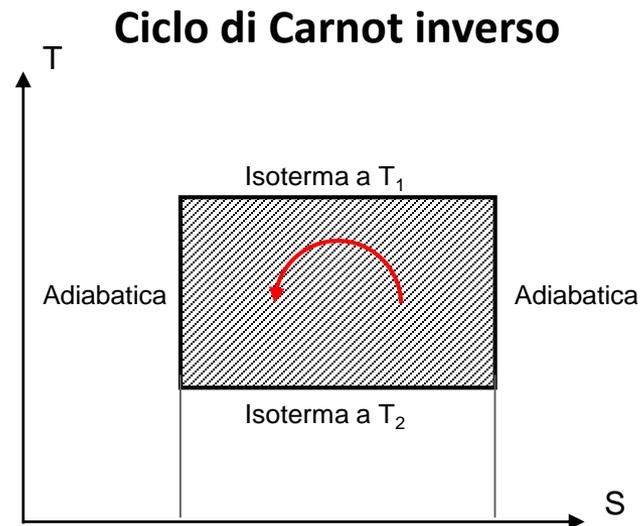
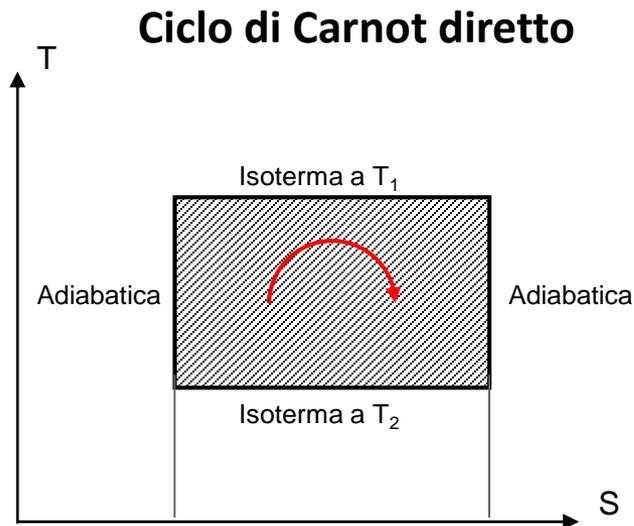
$$Q_{12} = \int_1^2 T \cdot dS = T \cdot (S_2 - S_1)$$

$Q_{12} < 0 \rightarrow$  calore uscente

### Processo adiabatico reversibile:



$$Q_{12} = \int_1^2 T \cdot dS = 0$$



**Area racchiusa dal rettangolo: somma algebrica tra  $Q_1$  e  $Q_2$**

**Ciclo percorso in senso orario (diretto)  $Q_1$  (area più grande) positivo e  $Q_2$  negativo → calore complessivamente scambiato con l'esterno positivo**

**Ciclo percorso in senso antiorario (inverso)  $Q_2$  (area più piccola) positivo e  $Q_1$  negativo, calore complessivamente scambiato con l'esterno negativo.**

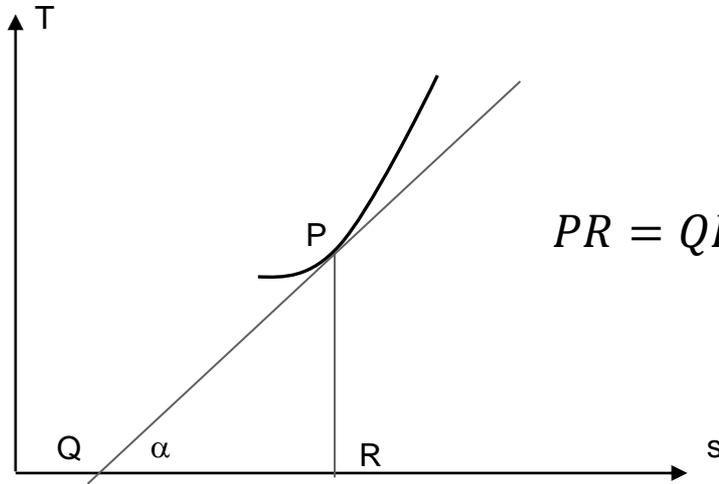
**I Principio della termodinamica**       $\Delta U = \Delta Q - \Delta L$        $\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta Q = \Delta L$

**Area racchiusa dal rettangolo: lavoro complessivamente scambiato con l'esterno**

Ciclo **diretto**  $\Delta L$  **positivo**

Ciclo **inverso**  $\Delta L$  **negativo**

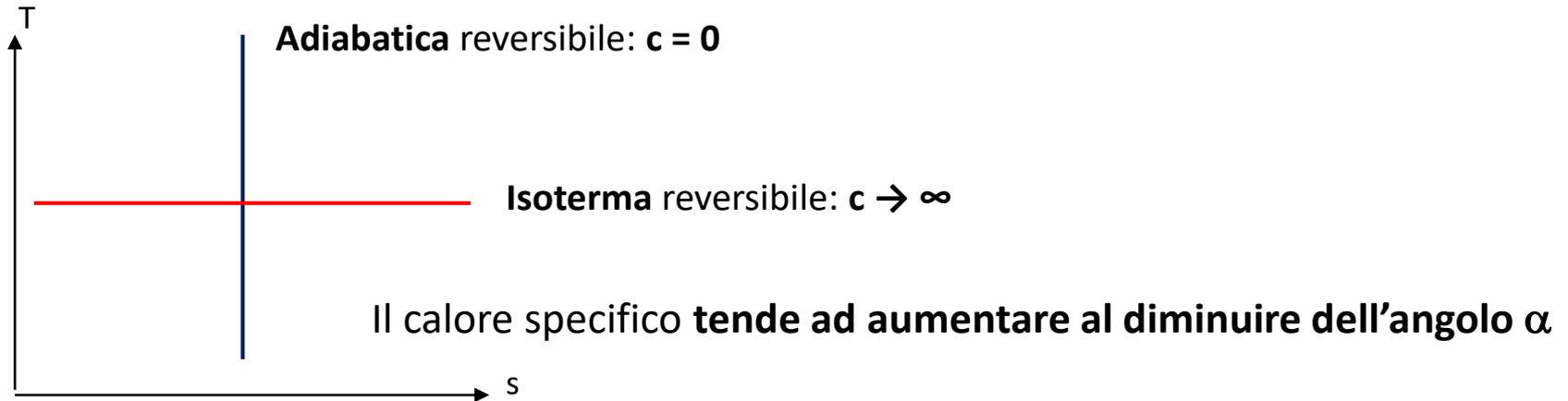
## Diagramma temperatura entropia specifica



$$PR = QR \cdot \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow T = QR \cdot \frac{dT}{ds} \Rightarrow QR = \frac{T}{\frac{dT}{ds}} = \frac{T \cdot ds}{dT} = \frac{dq}{dT}$$

**Sottotangente cartesiana alla curva nel punto P (QR): calore specifico** del sistema che compie la trasformazione nel punto considerato.

Il **calore specifico** varia con la temperatura → **va definito punto per punto**



## I principio della termodinamica in forma entropica

Espressione del **I principio** di validità **generale**:

$$dQ = dU + dL$$

Espressione del **I principio** per i **sistemi aperti**:

$$dQ = dH + dL'$$

**Trasformazione reversibile** → **lavoro, lavoro tecnico e calore** espressi in funzione delle variabili di stato **pressione, volume, temperatura ed entropia**:

$$TdS = dU + p \cdot dV$$

$$TdS = dH - Vdp$$