



Fisica Tecnica (Modulo 1)- LM4

Fisica Tecnica – L23

A.A. 2021-2022





Lezione n. 6

Gas ideali

Trasformazioni notevoli dei gas ideali



Aeriformi:

Vapori: possono trasformarsi in liquidi (condensazione)

Gas: non possono trasformarsi in liquidi

GAS IDEALI o PERFETTI: Modello di riferimento per il comportamento dei gas.

Leggi semplici applicabili ai gas reali con buona approssimazione, crescente al crescere dello stato di rarefazione del gas (valori bassi della pressione)

Pressione molto bassa → forze e legami tra le particelle microscopiche di entità molto piccola che le rende quasi indipendenti l'una dall'altra.

Errore commesso nel considerare a comportamento ideale un gas reale **tanto minore** quanto più **piccola** è la sua **massa molecolare** e più **elevata** la sua **temperatura**.

Gas di impiego comune (O_2 , N_2 , Ar, CO_2): **errori** < **1%** nella determinazione dei valori delle grandezze caratteristiche.

Errore crescente all'aumentare della **densità** del gas (es. vapore acqueo negli impianti termici a vapore - p elevata, fluidi refrigeranti negli impianti frigoriferi).

Vapore acqueo a comportamento **ideale** (indipendentemente da T) **per p < 10 kPa**

Vapore acqueo nell'aria a comportamento ideale negli impianti di climatizzazione.

Aria a comportamento ideale con **errori** < **1 %** fino a **pressioni** < **25 atm**.

I LEGGE DI STATO

Mette in relazione le **grandezze di stato fondamentali**:
pressione **p**, volume **V** e temperatura **T**.

Boyle (1662): gas molto rarefatto $T = cost \Rightarrow p \cdot v = cost$

Charles e Gay Lussac (1802) : a bassa pressione $v \propto T$

$$p \cdot v = R \cdot T$$

p: pressione del gas (Pa);

v: volume specifico del gas (m³/kg);

T: temperatura del gas (K);

R: costante di proporzionalità del gas considerato (J/kg K)

	R (kJ/kg K)
Argon	0,2081
Aria	0,2870
Azoto	0,2968
Elio	2,0769

Permette di determinare **una grandezza di stato in funzione delle altre due** una volta **noto il gas particolare** di costante **R**

$$p \cdot v = R \cdot T \Rightarrow p \cdot \frac{V}{M} = R \cdot T \Rightarrow p \cdot V = M \cdot R \cdot T$$

n: numero di moli/kilomoli (grammo/kilogrammo molecole)

Una **grammo/kilogrammo-molecola** (mole/kilomole): **quantità** in grammi/kilogrammi pari alla **massa molecolare del gas**

\bar{M} : *massa molecolare* = somma delle masse atomiche dei componenti

Esempio:

H₂O $\bar{M} = 2+16 = 18 \Rightarrow 18 \text{ g (kg) di H}_2\text{O costituiscono una mole (kmole)}$

O₂ $\bar{M} = 16+16 = 32 \Rightarrow 32 \text{ g (kg) di O}_2\text{ costituiscono una mole (kmole)}$

N₂ $\bar{M} = 14 + 14 = 28 \Rightarrow 28 \text{ g (kg) di N}_2\text{ costituiscono una mole (kmole)}$

Una mole di qualsiasi gas contiene sempre lo stesso numero di molecole (particelle elementari): **6,022 x 10²³ (numero di Avogadro)**

$$n = \frac{M}{\bar{M}} \Rightarrow p \cdot V = n \cdot \bar{M} \cdot R \cdot T$$

$$\bar{R}: \text{costante universale dei gas ideali} = 8314 \frac{J}{\text{kmole} \cdot K}$$

$$\bar{R} = \bar{M} \cdot R \Rightarrow p \cdot V = n \cdot \bar{R} \cdot T$$

Permette di determinare **una grandezza di stato in funzione delle altre due** noto il **numero di moli** indipendentemente dalla conoscenza del tipo di gas utilizzato (**validità generale**)

II LEGGE DI STATO

Riguarda le **grandezze di stato di carattere energetico: energia interna ed entalpia.**

L'**energia interna** di un gas ideale **dipende solo dalla temperatura.**

$$U = U(T) \quad u = u(T)$$

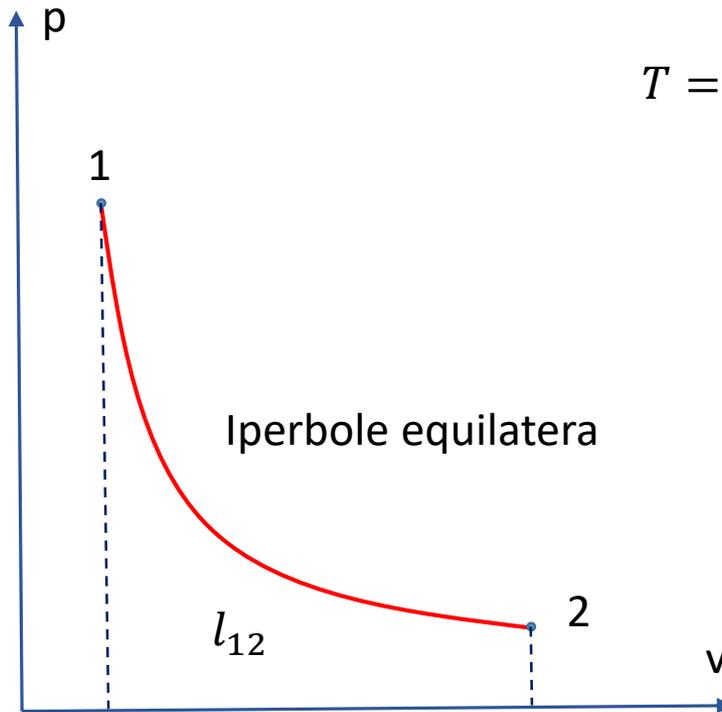
Se **varia l'energia interna** di un gas ideale (es. isocora) **varia la sua temperatura.**

$$H = U + p \cdot V = U(T) + n \cdot \bar{R} \cdot T$$

Se **varia l'entalpia** di un gas ideale (es. isobara) **varia la sua temperatura.**

L'effetto termico prodotto su un gas ideale mediante uno **scambio di energia** è **sempre** di tipo **sensibile** e mai latente.

TRASFORMAZIONE ISOTERMA DI UN GAS IDEALE



$$T = \text{cost} \Rightarrow p \cdot v = R \cdot T = \text{cost}$$

Lavoro specifico

$$\begin{aligned} l_{12} &= \int_1^2 p \cdot dv = \int_1^2 \frac{R \cdot T}{v} dv = \\ &= R \cdot T \cdot \int_1^2 \frac{dv}{v} = R \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} \end{aligned}$$

Trasformazione isoterma del gas ideale:

$$p \cdot v = \text{cost} \Rightarrow p_1 \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow l_{12} = R \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Lavoro

$$\begin{aligned} L_{12} &= \int_1^2 p \cdot dV = \int_1^2 \frac{n \cdot \bar{R} \cdot T}{V} dV = \\ &= n \cdot \bar{R} \cdot T \cdot \int_1^2 \frac{dV}{V} = n \cdot \bar{R} \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = n \cdot \bar{R} \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} \end{aligned}$$

La stessa espressione è **ottenibile moltiplicando per la massa M il lavoro specifico:**

$$L_{12} = M \cdot l_{12} = M \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = n \cdot \bar{M} \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = n \cdot \bar{R} \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = n \cdot \bar{R} \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

I Principio della Termodinamica: $Q_{12} = U_2 - U_1 + L_{12}$

II Legge di stato dei gas ideali: $T_1 = T_2 \Rightarrow U_1 = U_2 \Rightarrow Q_{12} = L_{12}$

E analogamente: $q_{12} = l_{12}$

TRASFORMAZIONE ADIABATICA DI UN GAS IDEALE

Trasformazione adiabatica: **senza scambi di calore** tra il sistema e l'ambiente esterno.

Trasformazione adiabatica dei gas ideali:

$$p \cdot v^K = \text{cost} \quad K = \frac{c_p}{c_v}$$

$$p \cdot v^K = \text{cost} \Rightarrow p_1 \cdot v_1^K = p_2 \cdot v_2^K$$

Lavoro specifico
$$l_{12} = \int_1^2 p \cdot dv = \int_1^2 \frac{\text{cost}}{v^K} \cdot dv = \text{cost} \cdot \int_1^2 \frac{dv}{v^K} = \frac{\text{cost}}{1-K} \cdot (v_2^{1-K} - v_1^{1-K})$$

$$\text{cost} = p_1 \cdot v_1^K = p_2 \cdot v_2^K \Rightarrow l_{12} = \frac{p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1}{1-K}$$

In funzione delle **condizioni iniziali** e del **rapporto di compressione**, ricordando che:

$$\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{K}}$$

$$l_{12} = \frac{p_1 \cdot v_1}{1-K} \cdot \left(\frac{p_2 \cdot v_2}{p_1 \cdot v_1} - 1 \right) = \frac{p_1 \cdot v_1}{1-K} \cdot \left[\frac{p_2}{p_1} \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{K}} - 1 \right] = \frac{p_1 \cdot v_1}{1-K} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1 \right]$$

Calori specifici a pressione e a volume costante

Calore specifico: caratteristica del sistema considerato - **dipende dalle modalità** con cui viene scambiato il calore.

$$c = \frac{dq}{dT}$$

Trasformazione **isoterma:** $dT = 0 \Rightarrow c \rightarrow \text{infinito}$

Trasformazione **adiabatica:** $dq = 0 \Rightarrow c = 0$

Trasformazione **isocora:** $c_V = \left(\frac{dq}{dT} \right)_V$

I Principio della Termodinamica: $dq = du \Rightarrow c_V = \frac{du}{dT}$

Trasformazione **isobara:** $c_p = \left(\frac{dq}{dT} \right)_p$

I Principio della Termodinamica: $dq = dh \Rightarrow c_p = \frac{dh}{dT}$

Le **espressioni di c_v e c_p** ricavate rispettivamente in un processo **isocoro** ed in uno **isobaro**, per i **gas ideali** assumono **validità generale** e **possono essere sempre applicate**.

Relazione tra c_p e c_v in un gas ideale

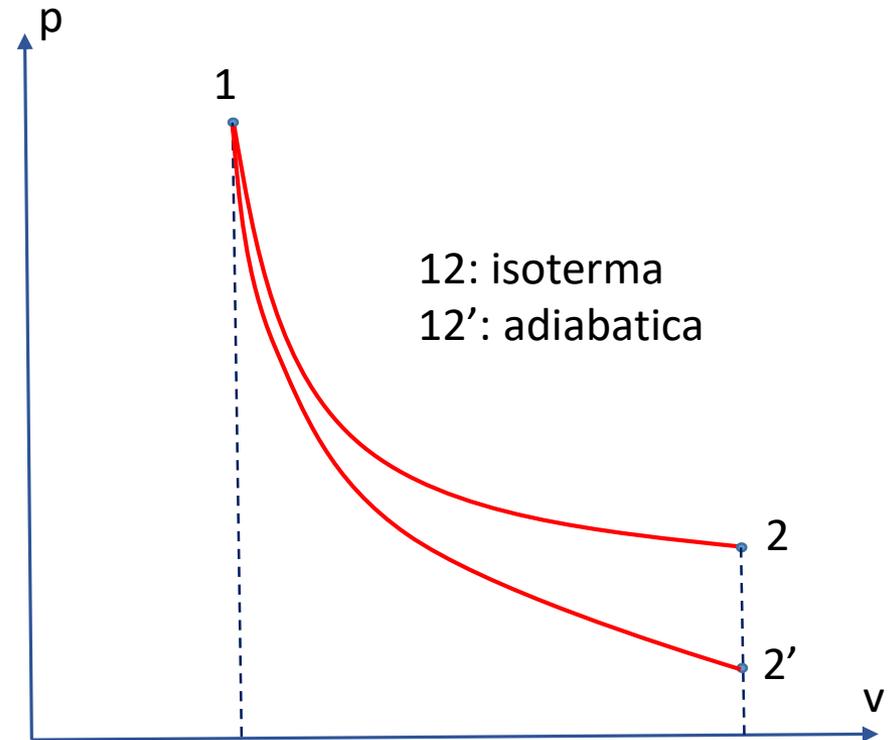
In un **gas ideale** si può sempre scrivere (**indipendentemente dalla trasformazione seguita**):

$$du = c_v \cdot dT \quad dh = c_p \cdot dT$$

$$h = u + p \cdot v \Rightarrow dh = du + d(p \cdot v) \Rightarrow c_p \cdot dT = c_v \cdot dT + R \cdot dT \Rightarrow c_p = c_v + R$$

Risulta: $c_p > c_v \Rightarrow K > 1$

In un **diagramma p-v** l'**adiabatica** di un **gas ideale** è rappresentata da una **curva** con una **pendenza più accentuata** rispetto all'**isoterma**.



Dimostriamo che il **punto 2'** è caratterizzato da un **valore di pressione più basso** di quello del **punto 2** a parità di volume finale della trasformazione

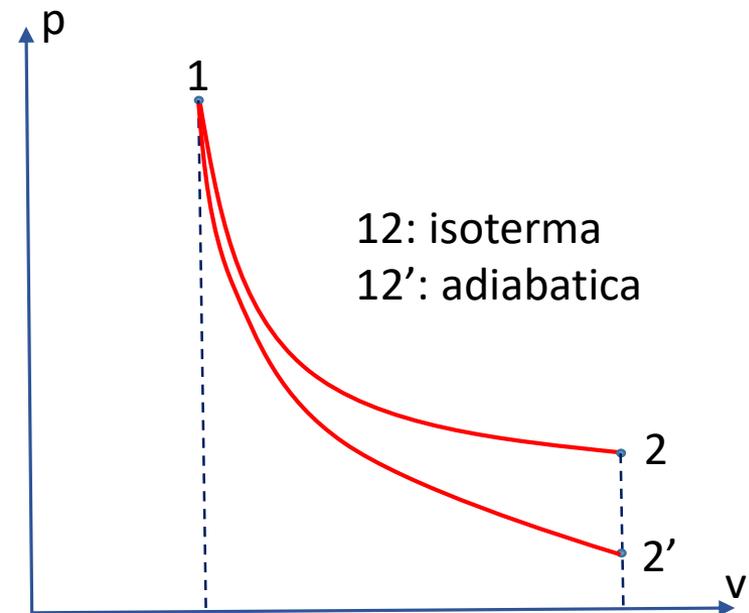
$$\text{Isoterma 1-2: } \frac{p_2}{p_1} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow p_2 = p_1 \cdot \frac{v_1}{v_2}$$

$$\text{Adiabatica 1-2': } \frac{p_{2'}}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^K \Rightarrow p_{2'} = p_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^K$$

$$\text{Poiché } v_1 < v_2 \quad e \quad K > 1 \Rightarrow \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^K < \frac{v_1}{v_2}$$

Un numero minore di 1 elevato ad un esponente maggiore di 1 diminuisce di valore.

Da cui si deduce che: $p_{2'} < p_2$



Gas monoatomici (gas nobile: Neon Ne, Elio He, Argon Ar...):

$$c_v = \frac{3}{2} \cdot R \qquad c_p = \frac{5}{2} \cdot R$$

R: costante particolare del gas considerato.

Di conseguenza si ha: $K = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}$

Gas biatomici (idrogeno H₂, ossigeno O₂, azoto N₂...):

$$c_v = \frac{5}{2} \cdot R \qquad c_p = \frac{7}{2} \cdot R$$

Di conseguenza si ha: $K = \frac{c_p}{c_v} = \frac{7}{5}$

Trasformazione POLITROPICA

Trasformazione di carattere **generale** descritta dalla relazione:

$$p \cdot v^n = \text{costante} \qquad p \cdot V^n = \text{costante}$$

Al variare di n la trasformazione diventa una di quelle notevoli già considerate:

- $n = 0 \Rightarrow p = \text{costante} \rightarrow$ **ISOBARA**
- $n \rightarrow \infty \Rightarrow p^{\frac{1}{n}} \cdot v = \text{costante} \Rightarrow p^{\frac{1}{\infty}} \cdot v = \text{costante} \Rightarrow v = \text{costante} \rightarrow$ **ISOCORA**
- $n = 1 \Rightarrow p \cdot v = \text{costante} \rightarrow$ **ISOTERMA di un GAS IDEALE**
- $n = K \Rightarrow p \cdot v^K = \text{costante} \rightarrow$ **ADIABATICA di un GAS IDEALE**

Lavoro in una trasformazione POLITROPICA

$$l_{12} = \frac{p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1}{1 - n}$$

$$L_{12} = \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{1 - n}$$

$$l_{12} = \frac{p_1 \cdot v_1}{1 - n} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

$$L_{12} = \frac{p_1 \cdot V_1}{1 - n} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$